Мир
# МАТЕМАТИКИ

38

# Измерение мира

## Календари, меры длины и математика


DeAGOSTINI

# Мир математики

# Мир математики

Иоланда Гевара, Карлес Пюиг

## Измерение мира

Календари, меры длины и математика

Москва — 2014

DeAGOSTINI

УДК 51(0.062)
ББК 22.1
М63

М63 **Мир математики:** в 45 т. Т. 38: **Иоланда Гевара, Карлес Пюиг.** Измерение мира. Календари, меры длины и математика. / Пер. с исп. — М.: Де Агостини, 2014. — 160 с.

Измерения играют важнейшую роль в современной науке, но без них немыслима и повседневная жизнь. Например, без измерений невозможно узнать, что находится рядом с нами, а что — вдали. Если мы составим список всех измерений, которые проводим в течение дня, то удивимся тому, каким длинным он будет. За свою историю человечество выработало различные методы измерений. С их помощью мы смогли определить размеры нашей планеты, протяженность межзвездного пространства и даже измерить время. В этой книге пойдет речь о математических методах, на которых строятся астрономические, геодезические, календарные и метрологические измерения.

ISBN 978-5-9774-0682-6
ISBN 978-5-9774-0733-5 (т. 38)

УДК 51(0.062)
ББК 22.1



Иллюстрации предоставлены: iStockphoto.

# Содержание

# Предисловие

«Если вы можете измерить то, о чем говорите, и выразить это с помощью чисел, то вы кое-что знаете о предмете своих рассуждений. Если же вы не можете измерить то, о чем говорите, и не можете выразить это с помощью чисел, то ваши знания о предмете скудны и недостаточны». Это изречение приписывается шотландскому физику и математику Уильяму Томсону (1824–1907), лорду Кельвину, который в 1848 году создал абсолютную шкалу температур. В его честь и названа единица измерения температуры в Международной системе единиц.

Томсон показал, что измерения играют важнейшую роль в современной науке, но так же немыслима без них и повседневная жизнь. Например, без измерений невозможно узнать, что находится рядом с нами, а что — вдали. В свою очередь, точность и надежность измерений обеспечивает математика.

За свою историю человечество выработало различные методы измерений. С их помощью мы смогли определить размеры нашей планеты, протяженность межзвездного и межгалактического пространства и даже измерить время. Для этого мы ввели ряд единиц и научились проводить прямые и косвенные измерения. Еще в глубокой древности люди заметили, что природные циклы сильно влияют на жизнь народов, и поняли: течение времени можно измерять по движению небесных тел. Движение небесных тел человек связывал с явлениями природы (холодом, жарой, листопадом, перелетами птиц). Сама природа также стала объектом измерений: сначала они носили локальный характер (при разграничении обитаемой территории), затем — более общий (при прокладке маршрутов путешествий и курсов кораблей). С развитием торговли стало очевидно, что большое количество местных единиц измерения вызывает определенные трудности. В это время впервые почувствовалась нехватка универсальных мер. Первая универсальная единица измерения — метр, который стал основой метрической системы и определялся как результат точных измерений Земли посредством конкретного математического метода — триангуляции. Именно о нем и других математических методах, имеющих отношение к астрономическим, геодезическим, календарным и метрологическим измерениям, и пойдет речь в этой книге.

Процесс измерения знаком каждому из нас — все мы постоянно что-то измеряем. Едва встав с постели, мы уже отмеряем на глаз, сколько молока добавим в кофе. А если мы составим список всех измерений, которые проводим в течение дня, то удивимся его длине.

Мы благодарим издателя за то, что он дал нам возможность написать одну из книг для этой серии и благосклонно отнесся к начальному проекту книги об истории календаря и появлении метра — проекту, который в конечном итоге, благодаря предложениям редактора, перерос в книгу более общего характера, посвященную различным аспектам измерений. Мы также выражаем благодарность Розер Пюиг за уточнение некоторых технических моментов, связанных с исламским календарем. Кроме того, мы благодарим Антона Обанелла Поу, который вдохновил нас на создание этой книги, оказал полную и безусловную поддержку и предоставил нам свои работы и личные документы, посвященные истории календаря и определению метра.

Глава 1

# Что означает «измерить»

Едва человек появляется на свет, он начинает обучаться. Дети уже в очень раннем возрасте, задолго до своего первого слова или первого шага, способны определять, близко они или далеко от мамы, учатся протягивать руку так, чтобы схватить нужный предмет, и отличают похожие объекты разной величины. Таким образом, уже в раннем возрасте мы учимся ориентироваться в окружающей среде, сравнивая различные расстояния, размеры, объемы и так далее. Иными словами, мы почти сразу же после рождения учимся измерять. Но что означает «измерять»?

## Измерения, измерения, измерения...

Каждый день, выполняя привычные действия, мы бесчисленное множество раз и совершенно неосознанно проводим измерения. Мы приведем несколько примеров, и вы наверняка согласитесь, что сами поступаете так же.

Заходя в гости к друзьям, мы идем по коридору и проникаем в дверь гостиной без малейших сомнений. Мы знаем, что пройдем через дверь, а если мы отличаемся высоким ростом, то машинально слегка пригнемся, чтобы не удариться.

Допустим, нам нужно перейти пустынную улицу, и мы видим, как издалека приближается автомобиль. Мы спокойно переходим дорогу, поскольку уже определили: когда машина подъедет к тому месту, где мы сейчас стоим, мы уже перейдем на другую сторону.

Если мы пишем письмо на листе бумаги, то можем сразу же определить, сколько раз потребуется сложить лист, чтобы он поместился в конверт.

Все эти примеры доказывают, что мы постоянно принимаем решения, требующие сравнения величин одного и того же типа: высоты дверного проема и нашего роста, размеров листа бумаги и конверта, времени, за которое два движущихся объекта (автомобиль и человек) преодолеют определенное расстояние. Подобные сравнения мы выполняем автоматически.

## Математические действия, общие для всех культур

Как утверждает Алан Бишоп в книге «Приобщение к математической культуре. Обучение математике с точки зрения культуры» (Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education), математика, как и любая другая форма знания, — продукт культуры. Эта математическая культура проявляется в трех областях: первая связана с числами и относится к счету и измерению, вторая связана с пространством и проявляется при определении местоположения и проектировании, третья, и последняя, относится к взаимодействию людей в обществе и охватывает объяснения и игры. Говоря, что математика является частью культуры, мы в некотором смысле признаем, что живем в мире математики. Но что мы понимаем под математикой?

Давайте определим общие для разных культур действия, имеющие отношение к математической мысли. В этом смысле под математикой мы понимаем не набор сугубо математических тем, а рассуждения и мыслительные процессы, происходящие при выполнении определенных действий с математическим контекстом. Математикой как наукой занимаются в школах, институтах и университетах, но если мы будем рассматривать ее исключительно с этой точки зрения, то ограничимся повторением изложенного в учебниках. Мы же хотим взглянуть на математику шире и узнать, какие действия, выполняемые в повседневной жизни в нашей и других культурах, относятся к математике. Язык возник из необходимости общения. Но как появилась математика? Какие потребности она удовлетворяла?

В развитии математических идей важную роль играет организация предметов в пространстве, с которой тесно связаны два действия — определение местоположения и проектирование. Первое следует из потребности покинуть жилище в поисках еды и найти дорогу домой, потребности познать ближайшее окружение и научиться в нем ориентироваться. Можно рассмотреть три вида пространств: физическое (в нем располагаются предметы), социально-географическое (наше окружение) и космологическое (мир, в котором мы живем).

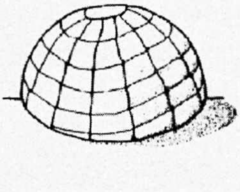
Проектирование связано с изготовлением предметов и орудий труда. Они могут предназначаться для домашнего использования, для продажи, служить украшениями, использоваться во время войн или религиозных ритуалов. Почему во всех культурах появились чашки для жидкой пищи? Ответ прост: удержать жидкость на плоской или выпуклой тарелке невозможно. Проектирование также относится к упорядочению более обширных пространств: домов, поселений, садов, дорог и городов.

Мы не просто привязаны к физическому окружению — мы живем в нем не одни, и нам необходимо взаимодействовать с другими членами общества. Эта необходимость в социализации привела к появлению еще двух действий, связанных с математической мыслью, — игре и объяснению.

К игре относятся социальные правила и нормы, а также воображение, формулирование гипотез и вопросов вида: «а что, если...?» при анализе различных ситуаций. Все люди играют в игры — более того, часто они относятся к играм всерьез! И это означает, что игра, в высшей степени развлекательное занятие, ближе к математике,

## ДОМА С КРУГЛЫМ ОСНОВАНИЕМ

Почему в самых разных странах и культурах встречаются дома с круглым основанием? Дело в том, что из всех фигур заданного периметра круг имеет наибольшую площадь. Таким образом, дома с круглым основанием строить выгоднее всего – при заданной площади дома расход материалов (кирпича, льда, тростника, шкур животных и так далее) будет наименьшим. Подобные жилища можно встретить у инуитов (эскимосов Канады), индейцев (аборигенов Северной Америки), коренных жителей экваториальной Африки и в других культурах.



*Иглу инуитов, Канада.*

*Типи индейцев Великих равнин, Северная Америка.*

*Хижина кикуйю, Кения.*

чем можно предполагать. Многие математики согласны с тем, что во время игры и при решении задачи человек действует похожим образом: он анализирует ситуацию, разрабатывает стратегии, сравнивает их, выбирает лучшую, следует ей и проверяет, приводит ли она к нужному результату.

Объяснение также относится скорее к социальному, чем к физическому окружению, хотя оно и заключается в установлении связей между этими сферами. Объясняющий делится с другими членами сообщества результатами анализа окружающей среды. Без среды нет и объяснения, но объяснения нет и в том случае, если мы не испытываем необходимости поделиться с другими людьми нашими маленькими или большими открытиями. Объяснение представляет собой поиск причин, сходств и различий, взаимосвязей, а следовательно, классификацию явлений. В рассказах особое внимание с точки зрения математики привлекает обилие логических связок, которые позволяют сочетать, противопоставлять, расширять, ограничивать, уточ-

## КОСТЬ ИШАНГО

Так называемая кость Ишанго — это малая берцовая кость бабуина с насечками, нанесенными в три ряда. Была обнаружена в 1960 году бельгийским археологом Жаном Хайнзелином де Брокуром вблизи верховья реки Нил. Люди, жившие возле современного озера Эдуард, на границе между Демократической Республикой Конго и Угандой около 200 тысяч лет назад, возможно, были первыми людьми, знающими счет. Исследования насечек и их расположения позволяют утверждать, что кость Ишанго, вероятно, описывала некую систему счисления. Насечки обозначают пары чисел, в которых одно в два раза больше другого (5, 10; 4, 8; 3, 6), а также последовательности нечетных чисел (19, 17, 13, 11; 9, 19, 21, 11), причем одна из них содержит простые числа от 10 до 20. Наконец, можно заметить, что суммы чисел в левом и правом рядах равны 60, в среднем — 48. Резьбу нять и объединять высказывания. Такими же свойствами должно обладать и математическое доказательство: оно должно быть непротиворечивым, красивым и убедительным.

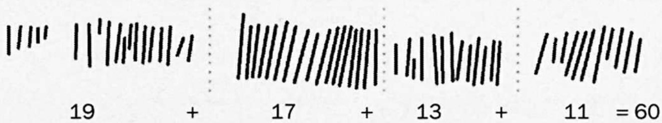
## Измерение и счет

Понять связь измерения и счета с математикой проще всего, так как в обоих этих действиях используются числа. При взгляде на историю цифр — символов, которые применялись в разных культурах для записи чисел, — становится понятно, какие функции они выполняли у наших предков. Люди создали числа, чтобы как-то упорядочить свою деятельность. Джордж Ифра во «Всеобщей истории чисел» излагает результаты длительных исследований происхождения чисел и их смысла в самых

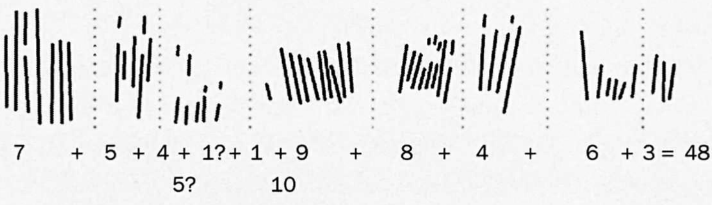
---

на кости пытались как-то связать с календарем. В частности, считается, что кость Ишанго могла представлять собой лунный календарь на 6 месяцев.

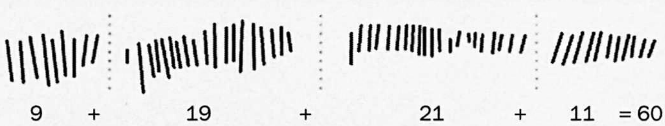
Левый ряд:




Средний ряд:




Правый ряд:



разных культурах, нанесенных на запутанную карту человечества, а также рассказывает о развитии систем счисления с древнейших времен до наших дней.

С помощью счета, то есть сопоставления предметов и чисел, люди смогли понять и количественно описать окружающий мир. Необходимость в счете возникала в самых разных культурах и социальных группах. Люди считали дни в году, чтобы определить благоприятное время для посева, при этом они наверняка учитывали смену сезонов. Люди определяли, сколько человек живет рядом с ними, сколько родилось и сколько умерло. Они считали свое имущество и скот. Когда пастухи возвращались с пастбища, им нужно было знать, не потерялось ли какое-нибудь животное по дороге.

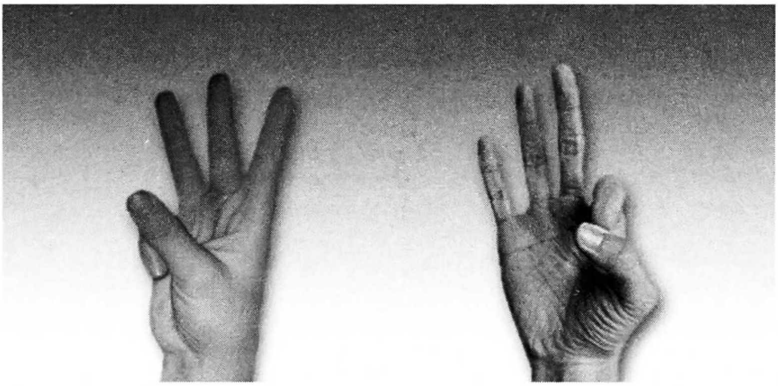
Необходимость подсчитывать людей, предметы и определять время возникла уже на заре цивилизации. Изначально человек не умел считать так, как мы делаем это сегодня: он различал только «один», «два» и «много». Различные исследования показывают, что мы не можем мгновенно определить разницу между числами больше 4 с первого взгляда — для этого требуется тем или иным образом произвести подсчет: поочередно пересчитать элементы рассматриваемого множества, как-то сравнить их или сгруппировать в уме.

Для того чтобы определить дату какого-либо события и сообщить ее другому человеку или чтобы подтвердить, что вечером в загон вернулось столько же коз и коров, сколько из него вышло утром, применялись различные методы.

А чтобы запомнить результаты подсчета и передать их адресату, человеку потребовался язык, в котором цифры имели бы свои названия. Все основные образы, связанные с числами, человек заимствует в природе. Так, крылья птицы символизируют пару, лепестки клевера — 3, лапы животного — 4, пальцы руки — 5 и так далее. Есть и другие взаимосвязи, позволяющие последовательно прийти к таким абстрактным понятиям, как число и счет.

Обычно человек начинает считать на пальцах рук, поэтому большинство современных систем счисления десятичные. В некоторых культурах использовались системы счисления по основанию 12 — возможно, с их помощью было удобнее делить, так как 12 имеет больше делителей, чем 10. Майя, ацтеки, кельты и баски использовали при счете пальцы ног, поэтому их система счисления имела основание 20. Шумеры, создатели древнейшей из известных нам форм письменности, и вавилоняне, создатели нуля, разработали шестидесятеричную систему, которую мы используем и сегодня, когда делим часы на минуты и секунды, круг — на 360 градусов, градус — на 60 минут, минуту — на 60 секунд.

Многочисленные кости животных с вертикальными насечками и зарубками, найденные во время раскопок в Западной Европе, помогают понять, как считали наши предки. Эти зарубки являются истоками римской системы записи цифр. Также есть немало подтверждений тому, что все народы Земли на том или ином этапе своей истории использовали счет на пальцах рук. Египтяне, римляне, арабы и персы (не будем забывать и о христианских народах средневековой Европы) при помощи фаланг и суставов на пальцах рук, применяя жесты, подобные жестам из языка глухонемых, могли считать от 1 до 9999. Китайцы пошли еще дальше: они создали систему, позволявшую считать до ста тысяч на пальцах одной руки и до десяти миллиардов — на пальцах двух рук.

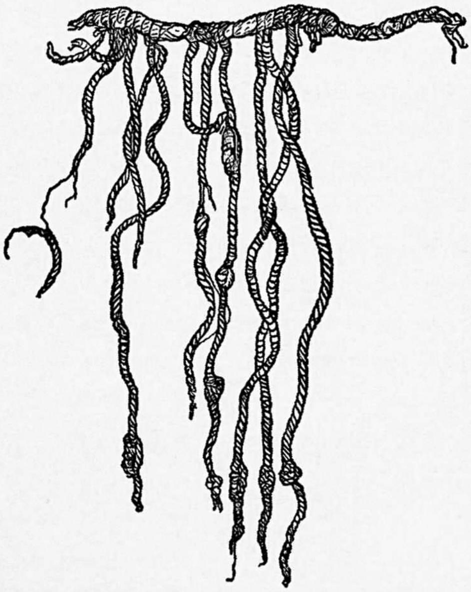


*Слева — один из способов показать число 3 на пальцах.*
*Справа это же число указано в китайской системе.*

Согласно некоторым авторам, на ранних этапах истории арифметики для счета также использовались кучки камней или гальки. На их основе позднее был создан абак. Усовершенствованные аналоги абака до сих пор используются в Китае, Японии и в странах Восточной Европы. Память об этих камешках сохранилась даже в самом слове «калькулятор» — «счетчик», так как латинское слово calculus означает «маленький камень».

Запись чисел с помощью цифр возникла позднее. По всей видимости, некие счетоводы решили заменить привычные камешки изделиями из глины. В зависимости

## КИПУ — СЧЕТ ПРИ ПОМОЩИ ВЕРЕВОК



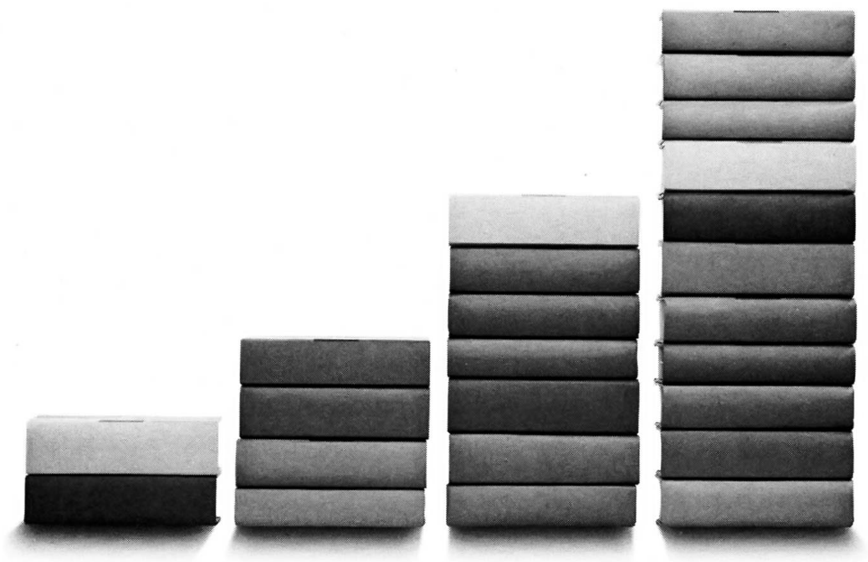
Кипу (на языке кечуа это слово означает «узел») — это система, созданная древними индейцами Анд, в которой используются веревки из шерсти или хлопка и узлы одного или нескольких цветов. Эрудиты империи инков, кипукамайоки, использовали кипу для счета, а также, по мнению некоторых исследователей, для письма.

Кипу были обнаружены в городе Караль, в долине реки Супе, в 200 километрах к северу от Перу при археологических раскопках поселения, которое, по мнению ЮНЕСКО, является древнейшим городом Америки (его возраст составляет около 5 тысяч лет). Кроме того, кипу были найдены в поселениях культуры Уари — древней цивилизации, существовавшей в центральных Андах примерно с VII до XIII века.

Кипу представляла собой веревка без узлов, на которую подвешивались другие, как правило, завязанные веревки самых разных цветов, форм и размеров. Разные цвета обозначали разные классы объектов (бурый — управление; малиновый — Инка (монарх); фиолетовый — курака (правитель селений); зеленый — завоевание; красный — война; черный — время; желтый — золото; белый — серебро), а узлы — их количество.

от формы и размера эти изделия обозначали те или иные величины: палочка — единицу, шарик — десяток, большой шарик — сотню и так далее. Имеются археологические свидетельства, подтверждающие, что эту систему примерно в одно и то же время (за 4000 лет до н.э.) применяли сразу две цивилизации: Элам на территории современного Ирана, близ Персидского залива, где использовалась десятичная система счисления, и шумеры Южного Междуречья, использовавшие шестидесятеричную систему. Счетоводы хранили предметы, обозначавшие числа, в глиняных шарах. В день, когда требовалось произвести подсчеты, шар разбивался, и из него извлекались предметы, обозначавшие нужную величину. В результате эволюции этой системы на смену предметам, заключенным внутри шара, пришли отметки на самом шаре. Шарики превратились в маленькие зарубки, большие конусы — в широкие насечки, большие шары — в круги. Так, примерно в 3200 году до н.э. возникли первые шумерские цифры, древнейшие из известных человечеству.

Важную роль в развитии математических идей играет измерение. Оно подразумевает сравнение, упорядочение и количественную оценку. Хотя определенные вещи считаются важными во всех культурах, не все они имеют одинаковую меру. В каждой среде, в каждом контексте возникают особые потребности, которые, в свою очередь, приводят к появлению тех или иных мер. Первым «измерительным прибором» во всех культурах, возможно, было тело человека. Даже сегодня в отсутствие рулетки и других точных инструментов мы меряем большие расстояния шагами, а маленькие — пальцами рук.



*Измерение подразумевает сравнение.*

Возможно, самыми первыми возникли потребности в измерении расстояний и оценке количества еды. Во многих культурах расстояния измерялись по времени в пути — в днях пути пешком, на лошади, в повозке и так далее. Сегодня мы по-прежнему оцениваем длительность туристических походов по времени в пути. Количество еды измерялось с помощью емкостей для хранения — корзин, чашек, мешков и так далее. Подобные единицы до сих пор широко применяются в быту: когда мы готовим рис на четверых, мы не используем весы, а отмеряем определенную долю стакана на человека.

## Дискретное и непрерывное

В разговоре о различиях между счетом и измерением возникают математические понятия дискретного и непрерывного. Их можно сравнить с понятиями дискретного и непрерывного в физическом мире, описывающими, к примеру, подсчет числа овец и измерение объема воды. При подсчете можно выделить отдельных овец, воду же сосчитать нельзя, а можно лишь измерить ее объем. Если говорить математическим языком, то счет — это действие, выполняемое с целыми числами, максимум — с дробями, то есть рациональными числами ($\mathbb{Q}$), в то время как для измерений используются вещественные числа ($\mathbb{R}$) — в математике ими выражается та самая непрерывность, которой обладает вода. Если мы посмотрим, как производятся измерения в физическом и математическом мире, то увидим новые различия между дискретным и непрерывным.

В физическом мире измерения производятся путем сравнения с эталоном, выбранным в качестве единицы измерения. Для этого используются единицы, кратные или дробные эталону; результат сравнения представляет собой рациональное число. Попробуем измерить длину одной из сторон стола карандашом. Карандаш будет эталоном, а стол — объектом измерения. Скольким карандашам равна длина стола? Во время работы над книгой мы сами провели этот эксперимент. Длина стола оказалась больше 7 карандашей, но меньше 8, то есть равной некоторому числу между 7 и 8. Чтобы выразить результат измерения, нам понадобятся дроби. Для этого нужно измерить расстояние от точки, где заканчивается седьмой карандаш, до края стола. Какой части карандаша будет равно это расстояние? Половине, трети, четверти? Подобные эмпирические рассуждения и оценку на глаз проводили древние египтяне, которые использовали только дроби с числителем, равным 1 (и, в качестве исключения, дробь 2/3). Если при измерении стола на глаз мы определили, что восьмой карандаш выступает за край, к примеру, на одну четверть, то длина стола будет равной 7 и 3/4. Если же мы хотим получить более точный результат, то можем обратиться к теории пропорций, созданной древними греками, перенести меру на бумагу и применить теорему Фалеса. Допустим, что длина стола в этом случае равна 7 и 2/3.

Результаты измерений в повседневной жизни выражаются в виде дробей или десятичных дробей с конечным числом знаков в зависимости от использованного метода и измерительного инструмента. В обоих случаях результатом измерений будет рациональное число. В примере с нашим столом результат измерений, выраженный в виде дроби, равен 7 и 2/3, в качестве единицы измерения использовался карандаш. При измерении стола с помощью рулетки мы получим результат в 1,40 м — конечную десятичную дробь. В реальной жизни измерение представляет собой приближение и зависит от измеряемого предмета, вида измерительного инструмента и точности измерений.

## ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Вещественные числа (обозначаются $\mathbb{R}$) – это множество чисел, включающее как рациональные числа (положительные, отрицательные дроби и ноль; обозначаются $\mathbb{Q}$), так и иррациональные (алгебраические и трансцендентные), которые имеют бесконечно много непериодических знаков после запятой и которые нельзя представить в виде дроби, как, например, $\sqrt{2}$, $\pi$ и так далее.

| |
|---|
| Рациональные числа: $-3/4$, $5/8$, $31/7$ |
| Целые числа: $-7$, $-1$, $0$, $5$, $20$ |
| Иррациональные числа: $\sqrt{2}$, $(1+\sqrt{5})/2$ |
| Трансцендентные числа: $e$, $\pi$, $\ln(2)$ |

*Примеры вещественных чисел ($\mathbb{R}$).*

Начиная от натуральных чисел ($\mathbb{N}$) – 1, 2, 3, ... – которые мы используем при счете, – и заканчивая вещественными числами ($\mathbb{R}$), которые нужны для измерений в математических моделях, последовательное расширение множеств чисел можно объяснить необходимостью в числах, которые будут выражать результаты определенных операций:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

$$(-) \to (:) \to \sqrt{\ } \to \sqrt{(-)}.$$

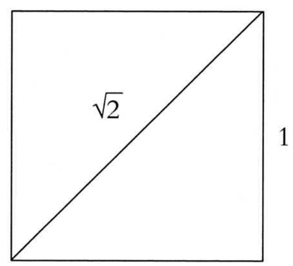
Целые числа ($\mathbb{Z}$) позволяют выразить результат $3 - 4 = -1$, рациональные ($\mathbb{Q}$) – $\frac{3}{4} = 0{,}75$, вещественные ($\mathbb{R}$) – $\sqrt{2}$, комплексные ($\mathbb{C}$) – $\sqrt{-4}$.

Точные измерения возможны только в математических моделях. Что и как измеряют математики? В этой науке измерения всегда были тесно связаны с геометрией — разделом, который изучает свойства фигур и тел на плоскости и в пространстве. Интересно отметить, что истоки геометрии восходят к решению конкретных задач, связанных с измерениями.

В элементарной геометрии приводится общее описание объектов и фигур, носящее качественный характер. Если мы хотим получить более конкретное и точное описание, требуется применить количественный подход — и здесь необходимы измерения, а для выражения результатов измерений нужны цифры. Отрезки имеют длину, участки плоскости — площадь, тела в пространстве — объем.

В математических моделях результаты измерений непрерывны, и для того чтобы выразить их, множества рациональных чисел недостаточно — его нужно расширить и включить в него все числа, которые покрывают числовую прямую, то есть вещественные числа. В повседневной жизни мы часто измеряем длину. В математической модели при измерении длины мы откладываем рассматриваемый отрезок вдоль прямой линии и устанавливаем соответствие между точками прямой и обозначающими их вещественными числами.

При этом вещественные числа требуются для измерений даже в, казалось бы, простых случаях. Пифагорейцы, пытаясь найти ответ на вопрос, чему равна длина диагонали квадрата с длиной стороны, равной единице, обнаружили, что существуют несоизмеримые величины. По теореме Пифагора, искомая длина диагонали равна $\sqrt{2}$, однако результат этой операции нельзя выразить рациональным числом ($\mathbb{Q}$) — для этого потребуются иррациональные числа, и мы вынуждены будем пересечь границу множества $\mathbb{R}$.




*Длина диагонали квадрата со стороной длиной 1 равна $\sqrt{2}$,*
*так как по теореме Пифагора $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.*

Древние греки, использовавшие при расчетах только рациональные числа, столкнулись со следующей проблемой: как измерить длину диагонали квадрата, если не существует числа, выражающего результат измерения? Решение проблемы приводит к идее о соизмеримых и несоизмеримых величинах: первые можно выразить как величину, кратную или дробную исходной единице измерения, вторые, напротив, нельзя выразить с помощью дробей или пропорций, как в нашем примере с диагональю квадрата.

В книге V «Начал» Евклид (ок. 325 г. до н.э. — ок. 265 г. до н.э.) с помощью своей теории пропорций в приложении к соизмеримым и несоизмеримым величинам решает эту задачу и устанавливает правила работы со всеми видами величин, как соизмеримыми, так и несоизмеримыми.

## Величины и единицы

Слово «измерение» происходит от латинского metiri и, согласно Толковому словарю русского языка, означает «определение величины чего-либо какой-либо мерой». Это слово имеет и другие значения, в частности «протяженность измеряемой величины в каком-либо направлении». Единица измерения называется мерой. Например, пинту можно назвать мерой объема, причем ее величина в разных странах отличается; кроме того, существуют разные пинты для жидких и сыпучих объектов.

Измерение предполагает абстрагирование, при котором из всех характеристик объекта выделяется одна, которую мы хотим оценить количественно, иными словами, поставить ей в соответствие некоторое число. Если мы хотим поставить книгу на полку, интерес будут представлять ее длина или ширина, но если мы хотим придавить этой книгой листья растений для гербария, то прежде всего обратим внимание на ее вес или толщину.

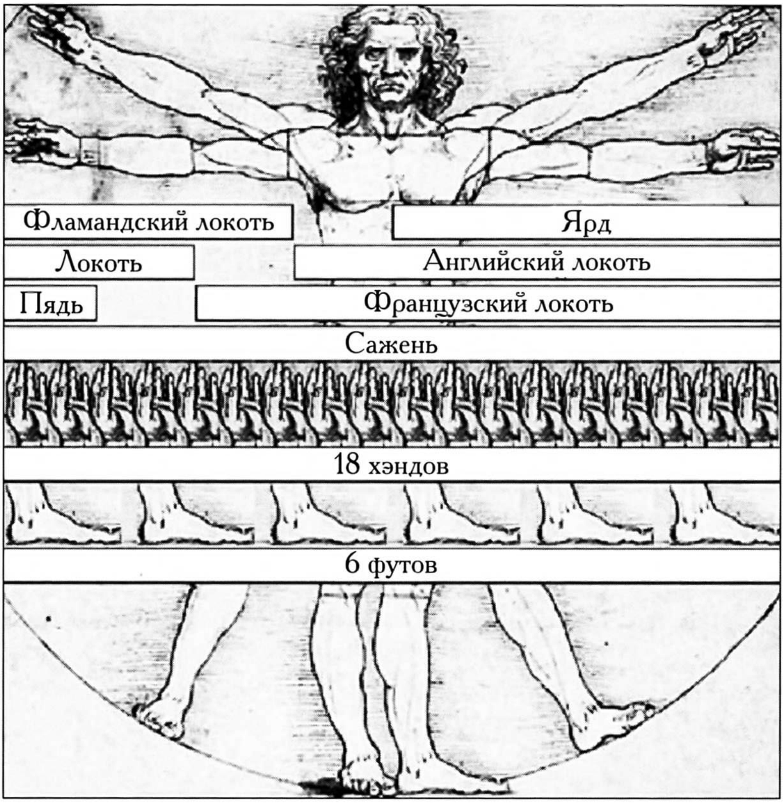
В процессе измерений становится понятен смысл термина «величина». Хотя первое его значение, приведенное в толковом словаре, это «размер, объем, протяжение вещи», нас интересует другое определение — «все, что можно измерить и исчислить (в математике, физике)». Именно эта формулировка ближе всего к теме нашего обсуждения. Еще более понятно определение величины, данное Международным бюро мер и весов, согласно которому величина — это «свойство явления, тела или вещества, которое может быть выражено количественно в виде числа с указанием отличительного признака как основы для сравнения».

Процесс измерения представляет собой сравнение неизвестной величины, которую мы хотим определить, и известной нам величины, которую мы выбрали в качестве единицы измерения. В процессе измерения мы определяем соотношение размера объекта и конкретной единицы измерения.

Для любого измерения необходима единица измерения — величина, которая выбрана в качестве основы для сравнения со всеми остальными величинами того же типа. Результатом измерения является величина, которая выражается числом и названием соответствующей единицы измерения в полном или сокращенном виде: 25 кг, 30 м, 28 с и так далее.

Необходимость проводить измерения для планирования походов, проведения сельскохозяйственных работ, количественной оценки торгового оборота при покупках и продажах, для уплаты налогов и совершения многих других действий привела к возникновению великого множества единиц измерения. В традиционных системах мер единицы измерения определялись на основе частей тела, каких-то действий, связанных с сельскохозяйственными работами, или просто из соображений удобства для конкретной социальной группы.

Меры, определяемые на основе человеческого тела, сегодня мы называем антропоморфными — это локоть, пядь, фут, сажень и другие. Можно сказать, что знаменитое изречение Плутарха «человек есть мера всех вещей существующих» также относится к нашему обсуждению в том смысле, что с древних времен ряд единиц измерения был связан с самим человеком, с его телом. Разумеется, антропоморфные единицы, имевшие одно и то же название, в разных странах и в разное время отличались.




*Антропоморфные меры.*

Длинные расстояния измерялись с помощью единиц времени: в днях или часах пути пешком, на лошади и так далее. Такие меры называются путевыми. Позднее появились и другие меры, в частности стадий, лига или миля. Миля, к примеру, была путевой мерой, которую использовали еще древние римляне. Она равнялась восьми стадиям, или 1000 шагов в пять римских футов, то есть «ног» (примерно 1375 м). Сухопутная миля, которую используют англичане, равняется 1609 м. Существует и морская миля — 1852 м.

Для измерения площадей земельных участков использовались меры, связанные с человеческим трудом, например время, необходимое для обработки. Также меры площади пахотной земли, например испанская фанега, характеризовали количество зерна, которое можно было на ней вырастить. Подобные единицы не были постоянными и зависели от множества факторов.

Количество зерна традиционно измерялось по объему, и единицей измерения считался сосуд, например та же самая испанская фанега. Применение подобных мер могло вызывать конфликты: зерно можно отмерять одним и тем же измерительным инструментом либо по край, либо с горкой.

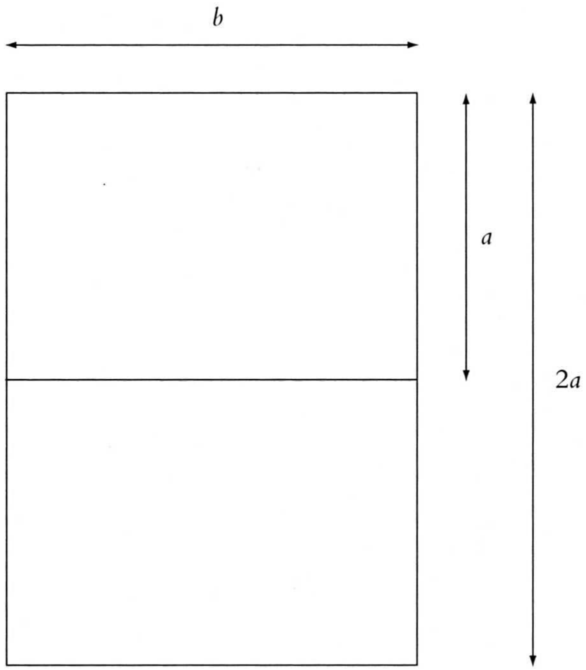
## Метрическая система мер и другие системы

Большинству из нас привычна метрическая система мер. Мы измеряем расстояния между городами в километрах, отмеряем лекарство или молоко в детской бутылочке с соской в миллилитрах (или кубических сантиметрах), а если хотим приобрести жилье, то интересуемся его площадью в квадратных метрах.

Одновременно мы используем единицы из других систем: время мы отсчитываем в минутах, но придаем особое значение интервалу не в 10, а в 60 минут (этот интервал имеет свое название — час), а минута, в свою очередь, делится на 60 секунд. Есть свои единицы измерения для перчаток или обуви, которые выражаются не в сантиметрах или других единицах, производных от метра. Даже сегодня мы используем единицы из разных систем мер, и все они помогают нам описать окружающий мир.

В современных технологиях используются единицы измерения, которые не являются частью метрической системы мер. Классический пример — форматы бумаги в системе DIN. Наиболее популярным из них является DIN A4 (210 × 297 мм). Эта система мер, используемая в большинстве стран мира, основана на немецком стандарте, введенном Deutsches Institut für Normung (Немецким институтом по стандартизации) в 1922 году — стандарте DIN, который затем стал частью стандарта ISO (Международной организации по стандартизации). С форматами бумаги стандарта DIN работает большинство цифровых печатных машин и фотокопировальных аппаратов для частного и промышленного использования.

Этот формат бумаги был создан с учетом трех условий: во-первых, соотношение большей стороны к меньшей у листов разного размера должно быть одинаковым; во-вторых, листы последовательных форматов по площади должны отличаться друг от друга ровно в два раза, так, что если разрезать лист пополам, то получится два одинаковых листа следующего формата; в-третьих, площадь листа наибольшего формата, A0, должна составлять ровно 1 м$^2$.




*Формат листа бумаги, соотношение сторон которого при складывании пополам остается неизменным.*

Как найти искомое соотношение? Рассмотрим прямоугольный лист бумаги со сторонами $a$ и $b$ соответственно. Лист бумаги большего формата должен иметь стороны $2a$ и $b$. Чтобы соотношение длин его сторон было прежним, должно выполняться условие:

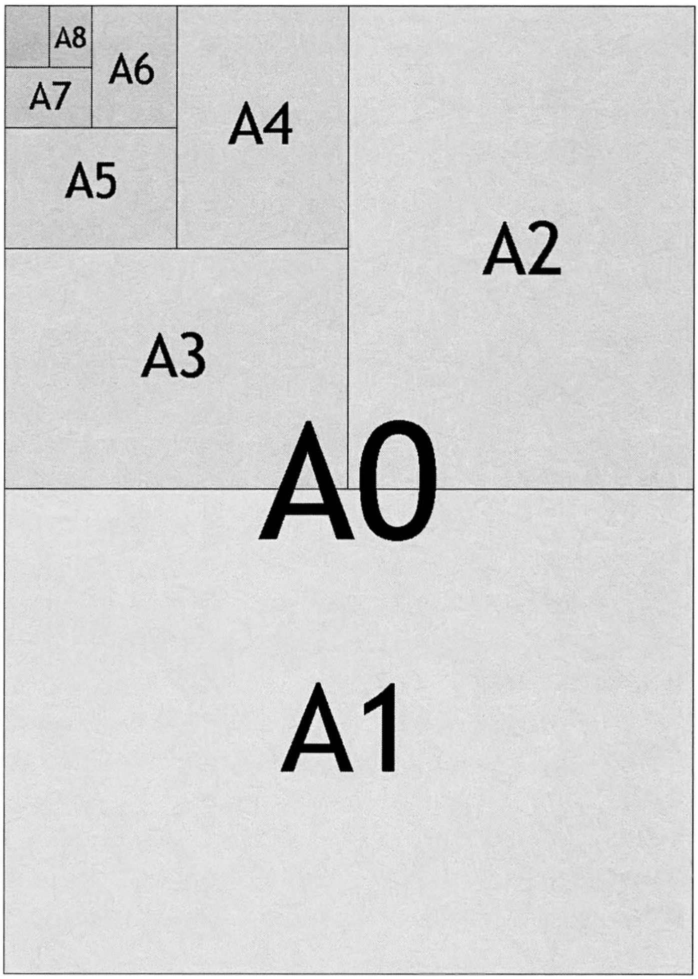
$$\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}.$$

Следовательно:

$$b^2 = 2a^2 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 2 \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}\,a.$$

Иными словами, соотношение длины большей стороны к меньшей должно равняться $\sqrt{2}$. Если мы разрежем пополам лист бумаги, удовлетворяющий этому условию, то указанное соотношение сторон будет выполняться и для двух полученных листов.

Зная размеры листа формата А0, несложно определить размеры листа следующего формата (А1): достаточно разделить его большую сторону пополам и принять длину большей стороны листа А1 равной длине меньшей стороны листа А0. Если мы выполним аналогичные действия для листа А1, точнее, разделим его бо́льшую сторону пополам и оставим меньшую сторону неизменной, то получим лист формата А2 и так далее, как показано на следующем рисунке.




*Размеры листов бумаги формата DIN.*

### РАСЧЕТ РАЗМЕРОВ ЛИСТА ФОРМАТА А0

Прямоугольник со сторонами $a$ и $b$ должен иметь площадь 1 м$^2$, при этом длины его сторон должны удовлетворять соотношению $b=\sqrt{2}\cdot a$:

$$\left.\begin{array}{l} a\cdot b=1\text{ м}^2 \\ b=\sqrt{2}\cdot a \end{array}\right\}\Rightarrow a\cdot a\cdot\sqrt{2}=1\text{ м}^2\Rightarrow a^2\cdot\sqrt{2}=1\text{ м}^2\Rightarrow a^2=\frac{1\text{ м}^2}{\sqrt{2}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=\sqrt{\frac{1\text{ м}^2}{\sqrt{2}}}\Rightarrow a=\frac{1\text{ м}}{\sqrt[4]{2}}\Rightarrow a=\frac{1}{1{,}189}\text{ м}\Rightarrow a=0{,}841\text{ м}.$$

Зная $a$, мы с легкостью вычислим $b$:

$$\left.\begin{array}{l} a\cdot b=1\text{ м}^2 \\ a=0{,}841\text{ м} \end{array}\right\}\Rightarrow b=\frac{1\text{ м}^2}{0{,}841\text{ м}}\Rightarrow b=1{,}189\text{ м}.$$

Таким образом, лист бумаги формата DIN A0 имеет следующие размеры:

$$\text{DIN A0}\begin{cases}\text{ширина}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}\text{ м}=0{,}841\text{ м}\\ \text{длина}=\sqrt[4]{2}\text{ м}=1{,}189\text{ м}.\end{cases}$$

## Прямые и косвенные измерения

Измерения могут быть прямыми, например измерение температуры термометром, и косвенными — в этом случае для получения результата требуется несколько измерений. Если мы проводим измерения с помощью специального измерительного инструмента, то речь идет о прямых измерениях. В таких случаях мы получаем результат, сравнивая измеряемую величину с другой величиной, имеющей ту же физическую природу. Это происходит, к примеру, при сравнении длины объекта с длиной размеченного эталона.

Методы измерений — это приемы, используемые для измерения величины: подсчет, оценка, использование формул или применение измерительных инструментов. Большинство людей ассоциируют с измерением именно применение инструментов — линеек, рулеток, мерных сосудов, термометров, часов, хронометров и так далее.

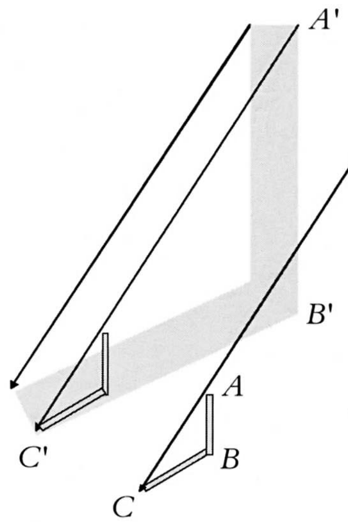
Иногда прямое измерение невозможно: во-первых, существуют величины, которые нельзя измерить путем сравнения с эталоном той же природы, во-вторых, рассматриваемая величина может быть слишком мала или слишком велика, и у нас не найдется подходящего инструмента для ее измерения. В таких ситуациях следует прибегнуть к косвенному измерению: провести измерение с помощью какой-то другой величины и вычислить искомое значение на ее основе.

При использовании формул и отношений для определения новых мер особую роль играют треугольники, что подтверждает и история математики. Всем известна теорема Пифагора со множеством доказательств, найденных разными культурами в разное время и в разных регионах: в Египте, Греции, Африке, Китае, Индии и Европе. Также особую роль треугольников подчеркивают отношение подобия треугольников и теорема Фалеса, которые позволяют проводить косвенные измерения.

Кроме того, треугольник является основным элементом тригонометрии. Эта математическая дисциплина, на протяжении многих веков связанная с астрономией, описывает основы расчетов, необходимых для астрономических измерений. Тригонометрия лежит и в основе триангуляции — метода измерения дуг земных меридианов (мы расскажем об этом в следующих главах).

Рассмотрим косвенное измерение на примере подобия фигур, в частности прямоугольных треугольников. Допустим, что мы хотим измерить высоту очень высокой башни или здания. По какой-то причине мы не можем подняться на его вершину, чтобы произвести прямые измерения, опустив, к примеру, веревку или рулетку до самой земли. Но мы можем определить высоту башни с помощью простого косвенного метода.

Поставим возле башни вертикально расположенный предмет (шест или посох) и измерим его высоту. Если теперь мы одновременно измерим длину тени этого предмета и длину тени башни, то сможем узнать ее высоту. Учитывая, что Солнце находится на огромном расстоянии от Земли (примерно 150 000 000 км), солнечные лучи, освещающие башню, можно считать параллельными. Соотношение между высотой и тенью объекта будет тем же, что и соотношение между высотой и тенью башни, так как образуются два подобных треугольника (это прямоугольные треугольники с одинаковыми углами). Следовательно, достаточно найти одно из этих соотношений.




*Измерение высоты башни по длине тени шеста.*

Пусть $A'B'$ — искомая высота, $B'C'$ — длина тени башни, $AB$ — высота вертикально расположенного предмета (шеста или посоха), $BC$ — длина его тени. Так как

$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC},$$

имеем

$$A'B' = \frac{AB}{BC} \cdot B'C'.$$

Эти несложные математические рассуждения позволяют определить высоту башни путем косвенных измерений.

Как мы только что показали, математические методы очень удобны для проведения точных измерений. Одна из древнейших задач, с которой столкнулись люди, это измерение времени и составление календаря. Еще одной насущной задачей было объяснение окружающего мира и создание общих представлений о нем, то есть космологии. Когда человек смог избавиться от мифологической картины мира, он захотел узнать его реальные размеры и измерить Землю. Парадоксально, но и для измерения времени, и для измерения окружающего пространства человеку пришлось посмотреть на небо. Как вы узнаете из следующих глав, систематическое наблюдение за небесными телами и стремление понять, как они движутся, помогли измерить время и пространство.

Глава 2

# Измерение небес

Еще древние заметили, что жаркое время года сменяется холодным, за ним вновь приходит жара, за ней — снова холод. Растения расцветают, на деревьях появляются плоды, затем многие деревья постепенно теряют листья, после чего все начинается сначала.

Наблюдения за небосводом и фиксация результатов этих наблюдений привели к тому, что человек стал связывать небесные явления с изменениями в окружающей среде. В результате люди стали изучать положение небесных тел и их движение (так родилась астрономия) и смогли предсказывать явления природы, в частности смену времен года. Возникла идея о том, что звезды влияют на происходящее на Земле, и так родилась астрология.

Измерение небес стало в некотором роде необходимостью, и наиболее полезной наукой для этого оказалась математика, в частности геометрия и тригонометрия. Древние греки создали сложные математические теории, объяснявшие видимое движение звезд и, в особенности, планет.

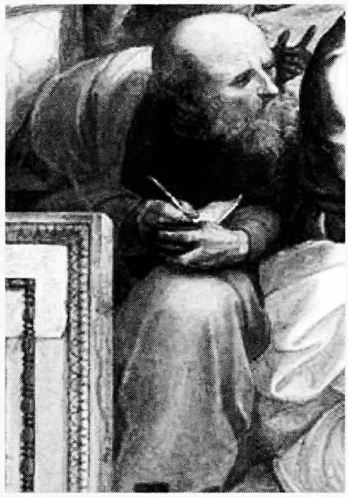
## Древнегреческий рационализм и космология

Если понимать под наукой систематическое изучение, описание и объяснение явлений природы при помощи математики и логики, то истоки западной науки следует искать в древнегреческой традиции. Современная физика началась с попыток решить астрономические задачи о движении небесных тел и дать им рациональное объяснение при помощи математических моделей.

В целом, представления древних людей о Вселенной носили ярко выраженный мифологический характер. Первыми, кто предложил рациональную космологию, стали философы Древней Греции. Начиная с VI века до н.э. великие древнегреческие мыслители силой своего воображения пытались найти рациональное объяснение окружающему миру, не обращаясь к трактовкам сверхъестественного характера. Они считали, что явления природы подчиняются определенным причинно-следственным связям, а все изменения в ней можно объяснить действием определенных законов. По мнению древних греков, познание этих законов помогло бы объяснить, почему происходят те или иные явления.

### АНАКСИМАНДР И РАССУЖДЕНИЯ ПО АНАЛОГИИ

Древнегреческий философ Анаксимандр (ок. 610 г. до н.э. – ок. 545 г. до н.э.) использовал рассуждения по аналогии. Так, он утверждал, что «звезды есть части сжатого воздуха в форме колес, полные огня, постоянно испускающие пламя из небольших отверстий». Сегодня подобное объяснение вызывает улыбку, но для того времени оно стало важным шагом вперед – Анаксимандр исключил из рассмотрения сверхъестественные силы и попытался определить естественные причины явлений природы.



*Фрагмент «Афинской школы» (1510–1511) Рафаэля Санти, на котором изображен Анаксимандр.*

## Два важных наблюдения

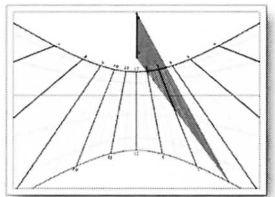
Чтобы понять древнегреческий рационализм, в рамках которого были созданы сложные математические модели для объяснения, количественного описания и предсказания небесных явлений, попытаемся ненадолго забыть все свои знания и мысленно перенесемся в начало IV века до н.э. Только так мы сможем понять всю гениальность древних греков. Примерно за 400 лет до нашей эры древние греки уже имели достаточно данных о видимом движении небесных тел и начали предлагать математические теории для его объяснения.

Систематически наблюдая за звездным небом, они отметили два важных явления. Первое из них — движение Солнца и звезд по небу, второе — движение планет. Посмотрим, что именно об этих явлениях было известно астрономам древности (Древнего Египта, Древней Греции и Месопотамии).

## Суточное движение Солнца и движение звезд

Систематические наблюдения за суточным движением Солнца из одной и той же точки при помощи гномона (вертикального шеста, закрепленного на горизонтальной поверхности) показывают, что длина и направление тени гномона равномерно, медленно и непрерывно меняются в течение дня (от восхода до заката Солнца) и тем самым определяют положение Солнца.

Тень гномона в течение дня описывает симметричную фигуру в форме веера. Эта фигура каждый день меняется, но в тот момент, когда тень гномона имеет наименьшую длину, она всегда указывает в одном и том же направлении.



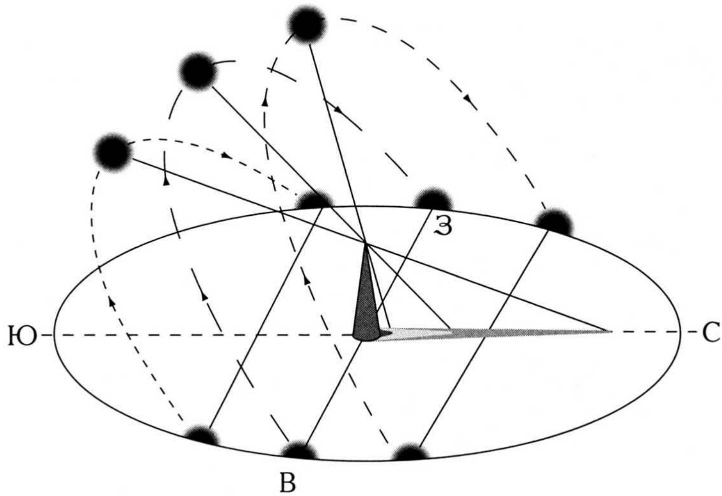
*Слева — монументальные солнечные часы в начальной школе Chinook Trail Elementary School в Колорадо-Спрингс (США). Вверху — проекции конца тени гномона.*

Так мы можем определить, где находятся север, юг, запад и восток (когда тень имеет наименьшую длину, она всегда указывает на север), когда наступает местный полдень (в момент, когда тень гномона имеет наименьшую длину) и сколько длятся солнечные сутки (временной интервал, разделяющий два последовательных полудня, равный 24 часам).

С другой стороны, положение Солнца во время восхода над горизонтом каждый день изменяется: оно постепенно смещается от точки востока (весеннего равноденствия) до точки, расположенной ближе к северу (летнего солнцестояния), откуда вновь движется на восток (до точки осеннего равноденствия) и продолжает двигаться на юг до точки, где направление движения вновь меняется (точки зимнего солнцестояния), затем возвращается на восток, и весь цикл повторяется сначала. Положение Солнца в момент заката меняется аналогичным образом, но на этот раз точка захода Солнца смещается вокруг точки запада. Так стало возможным определить год как временной интервал между двумя весенними равноденствиями.

Продолжительность светового дня также постоянно меняется. День зимнего солнцестояния — это самый короткий световой день в году, а тень гномона в полдень этого дня — самая длинная в году. День летнего солнцестояния — самый длинный световой день в году, а тень гномона в полдень этого дня — самая короткая в году.

Таким образом, вместе со сменой времен года изменяется положение Солнца в момент восхода (и заката) на линии горизонта. Каждый день высота Солнца над горизонтом меняется в зависимости от времени года.




*Видимое движение Солнца.*

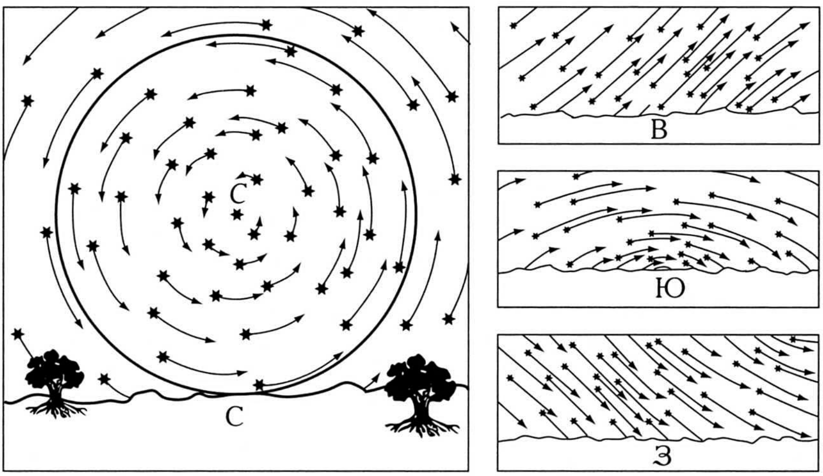
Систематические наблюдения за ночным небом показывают, что положение звезд относительно друг друга неизменно. В результате стало возможным определить созвездия (произвольно выбранные группы соседних звезд) и составить карту звездного неба.

Все звезды синхронно смещаются с востока на запад. Это движение называется суточным, так как напоминает суточное движение Солнца, которое также движется на запад.

Над горизонтом, очень близко к Полярной звезде, расположена точка $P$, которую мы будем называть Северным полюсом мира. При наблюдении звездного неба кажется, что близлежащие к полюсу мира звезды вращаются относительно него, описывая дуги окружности. Если угловое расстояние от звезды до Северного полюса мира меньше или равно расстоянию от Северного полюса мира до горизонта (С), эта звезда никогда не будет заходить за горизонт, что можно видеть на рисунке. Такие звезды видны на небе в любую ночь и в любой час (конечно, небо должно быть ясным) и называются незаходящими.

Окружность, вдоль которой звезда совершает видимое движение, называется суточной параллелью. Это весьма удачное название — подобно тому, как плоскости земных параллелей параллельны плоскости экватора, плоскость суточной параллели параллельна плоскости небесного экватора. Чем дальше звезда от Северного полюса мира, тем меньше видимая часть ее траектории будет напоминать дугу окружности.

Кажется, что звезды описывают полный круг (то есть возвращаются в исходное положение) примерно за 23 часа 56 минут. На основе этого наблюдения можно определить звездные сутки — промежуток времени, за который звезда совершает полный круг и возвращается в исходное положение на небе. Видимое движение звезды, которая восходит над горизонтом точно на Востоке, почти полностью совпадает с видимым движением Солнца в дни равноденствий. Траектория этого движения называется небесным экватором. Звезды, расположенные вблизи точки юга, поднимаются над горизонтом не слишком высоко и заходят за горизонт вскоре после восхода.




*Видимое движение звезд в зависимости от направления наблюдений: север (слева), восток (справа вверху), юг (справа в центре) и запад (справа внизу).*

Древние греки знали, что если смещаться из точки, в которой производятся наблюдения, к югу, например в сторону Египта, то высота Северного полюса мира будет уменьшаться на 1° примерно каждые 110 км. Некоторые незаходящие звезды начнут скрываться за горизонтом, а звезды, которые раньше восходили в точке востока и заходили в точке запада, будут заходить за горизонт и восходить над ним в тех же точках, но их траектория будет становиться все более перпендикулярной к плоскости горизонта. Наконец, на небе появятся звезды, не видные ранее, а звезды, расположенные вблизи точки юга, будут подниматься выше, и их можно будет наблюдать дольше.

Основные особенности движения звезд таковы: они совершают суточное движение в направлении с востока на запад и каждые 23 часа 56 минут описывают полный круг.

## Движение планет

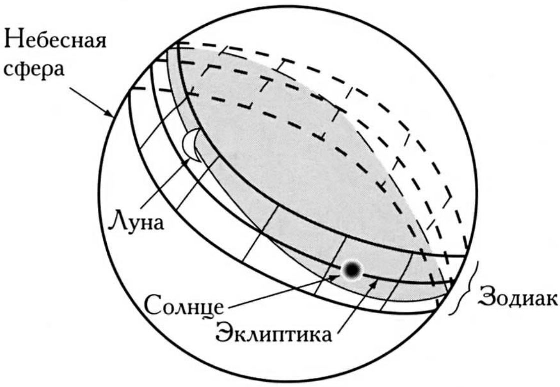
Бóльшая точность наблюдений позволит обнаружить некоторые отклонения от регулярного движения, описанного в предыдущем разделе. Это второе важное наблюдение.

Невооруженным глазом мы можем различить семь небесных тел, положение которых относительно звезд меняется. Эти небесные тела древние назвали планетами (в переводе с древнегреческого — «странниками»), к ним относятся Солнце, Луна, Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн.

Как определить положение Солнца относительно звезд? Для этого нужно, подобно древним египтянам, вавилонянам и грекам, наблюдать звездное небо непосредственно перед восходом Солнца или сразу после заката. Так можно убедиться, что Солнце каждый день меняет свое положение относительно звездного неба и смещается примерно на 1° к востоку. Ровно через год Солнце возвращается в прежнюю точку относительно расположения звезд. По результатам этих наблюдений естественным образом определяется эклиптика — видимая траектория движения Солнца между звезд.

Во время движения по эклиптике Солнце проходит через двенадцать созвездий: Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Весы, Скорпион, Стрелец, Козерог, Водолей и Рыбы. Пояс вдоль эклиптики шириной около 16°, в котором заключены эти созвездия, называется зодиаком.

Солнце во время видимого движения вдоль эклиптики в дни равноденствий находится на небесном экваторе, затем постепенно отдаляется от него. Наибольшее отклонение в обе стороны от небесного экватора составляет примерно 23,5° и наблюдается в дни солнцестояний. Греки заметили, что скорость видимого движения Солнца вдоль эклиптики зимой несколько больше, чем летом.

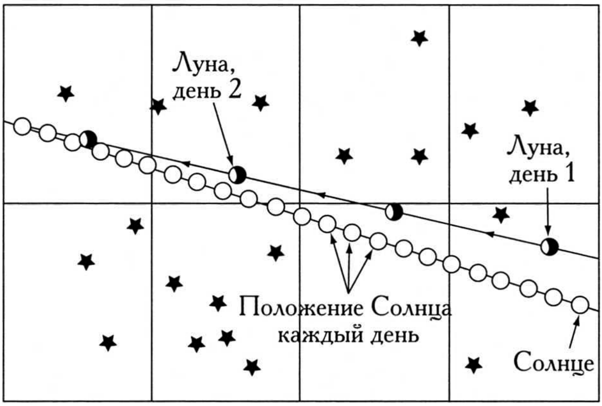



*Траектории движения Солнца и Луны вдоль зодиака.*

Остальные планеты, подобно Солнцу, помимо суточного движения на запад, также движутся на восток, но медленнее.

Угловой размер Луны, как и Солнца, равен примерно половине градуса. Луна движется на восток быстрее, чем Солнце, и ее траектория более хаотична. Полный оборот вдоль зодиака с востока на запад Луна совершает в среднем за 27 и одну треть суток. Промежуток времени, в течение которого планета совершает полный оборот вдоль зодиака, двигаясь с востока на запад, называется сидерическим периодом обращения. Сидерический период обращения Луны, который также называется сидерическим месяцем, может отличаться от среднего периода на целых 7 часов.

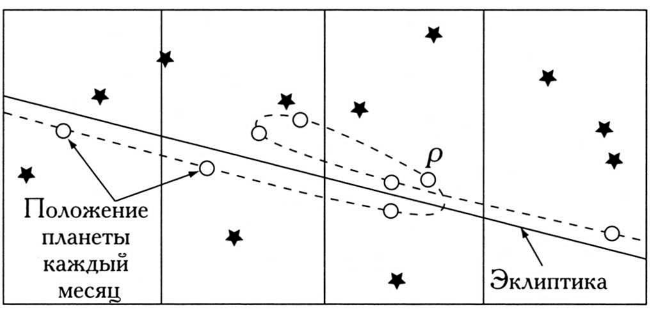
В разное время диск Луны выглядит по-разному — Луна имеет различные фазы, которые при наблюдении из Северного полушария сменяют друг друга в таком порядке: новолуние (диск Луны не виден), молодая луна (видимая часть диска Луны имеет форму буквы С), полнолуние (диск луны виден полностью), убывающая луна (видимая часть диска Луны имеет форму буквы D). Интервал между двумя новолуниями (так называемый лунный, или синодический месяц) длится в среднем 29 с половиной дней. Фактический интервал может отличаться от среднего на целую половину суток. Наконец, было отмечено, что траектория движения Луны по звездному небу в определенный момент совпадает с эклиптикой, после чего постепенно удаляется от нее, пока не достигнет максимального отклонения примерно в 5°, затем вновь приближается к эклиптике и отклоняется от нее на такой же угол, но уже в противоположную сторону.




*Движение Солнца и Луны вдоль зодиака.*

Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн — пять планет, которые видны на звездном небе как яркие точки. Их средние сидерические периоды обращения составляют: для Меркурия — 1 год, для Венеры — 1 год, для Марса — 687 дней, для Юпитера — 12 лет, а для Сатурна — 29 с половиной лет. Фактические периоды обращения для всех планет могут отличаться от приведенных средних значений.

Движение планет с запада на восток называется прямым, или собственным. Отмечено, что скорость прямого движения этих пяти планет постоянно меняется. Кроме того (это стало неожиданным открытием), прямое движение планет на восток периодически прерывается, и в течение определенных промежутков времени планеты движутся в обратном направлении, на запад. В это время их траектории образуют петли, после чего планеты вновь продолжают прямое движение. Во время обратного, или попятного, движения яркость планет возрастает.




*Видимая траектория попятного движения планеты.*

Меркурий начинает попятное движение каждые 116 дней, Венера — каждые 584 дня, Марс — каждые 780 дней, Юпитер — каждые 399 дней, Сатурн — каждые 378 дней. Это средняя продолжительность синодического периода обращения планет, то есть средний промежуток времени между двумя моментами начала попятного движения.

Меркурий и Венера никогда не отдаляются от Солнца на значительное угловое расстояние, в отличие от Марса, Юпитера и Сатурна.

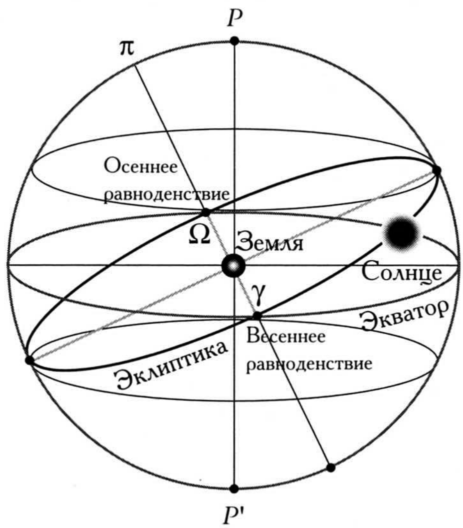
Итак, планеты, помимо суточного движения с запада на восток в том же направлении, что и звезды, каждую ночь смещаются чуть дальше на восток относительно зодиакальных созвездий (это движение называется прямым, или собственным). Кроме того, прямое движение всех планет, за исключением Солнца и Луны, периодически сменяется попятным. Увязать движение планет с движением звезд было настолько сложно, что всю историю развития представлений о мире можно рассматривать как последовательные попытки преодолеть наблюдавшиеся расхождения.

## Первое объяснение: Вселенная состоит из двух сфер

Из гипотез древнегреческих философов постепенно складывалась общая концепция, позволявшая объяснить большинство результатов наблюдений. Эту концепцию Вселенной, состоящей из двух сфер, начиная с IV века до н.э. разделяло большинство греческих астрономов и философов. В указанной модели Вселенной Земля считается неподвижной сферой, расположенной в центре другой сферы намного большего размера (небесной сферы). Небесная сфера вращается с востока на запад вокруг неподвижной оси, проходящей через Северный полюс мира, и вместе с ней вращаются закрепленные на ней звезды. За пределами небесной сферы нет ничего — ни пространства, ни материи.

На основе этой концепции на протяжении почти двух тысячелетий, с IV века до н.э. до времен Николая Коперника (1473–1543), последовательно создавались различные противоречившие друг другу астрономические и космологические системы. Но истинность самой концепции практически не подвергалась сомнению.

В модели Вселенной из двух сфер не объясняется движение всех небесных тел, в частности планет, но она позволяет забыть бесчисленное множество частных результатов и рассмотреть лишь несколько основных предпосылок. Также эта модель помогает предсказывать положение небесных тел в будущем. Основные ее предпосылки таковы: небесная сфера, вращаясь с востока на запад, совершает полный оборот за 23 часа 56 минут, а Солнце в течение года движется на запад вдоль большого круга (эклиптики), расположенного под углом примерно в 23,5° (в действительности — 23°27') относительно небесного экватора. В течение дня Солнце занимает фиксированное положение относительно эклиптики и описывает круг, параллельный небесному экватору.




*Вселенная, состоящая из двух сфер.*

Геометрическую модель Вселенной из двух сфер, благодаря ее простоте и удобству, астрономы-наблюдатели используют до сих пор при определении положения небесных тел. Координаты небесных тел определяются посредством угловых измерений, поэтому можно считать, что небесные тела находятся на поверхности сферы.

Греки предложили убедительные объяснения, доказывающие истинность этой модели Вселенной. В древнегреческой культуре особый вес имели эстетические аргументы, поэтому они также использовались для обоснования модели. Древнегреческие геометры считали сферу совершеннейшей из фигур, так как она при вращении вокруг оси всегда занимает одну и ту же область пространства. Кроме того, концепция небесной сферы имела смысл еще и потому, что звезды при движении по небу описывают окружности. Земля должна была иметь форму сферы не только по эстетическим причинам, но и потому, что при наблюдении с возвышения было видно, что корпус корабля, уходящего в море, пропадает из вида раньше, чем мачты, а когда корабль возвращается в порт, мачты появляются на горизонте первыми.

И в довершение, тень, отбрасываемая Землей на Луну во время лунных затмений, также имела круглую форму.

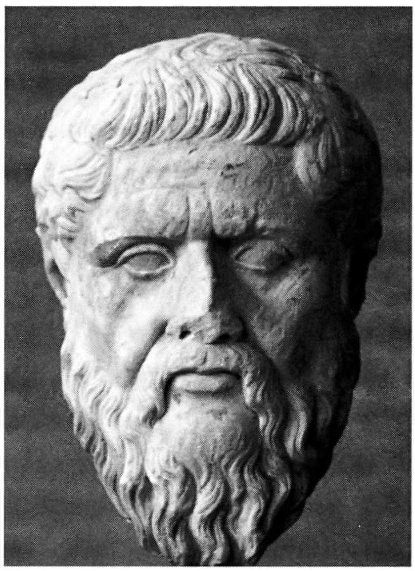
Земля должна была находиться в центре небесной сферы (отсюда и название геоцентрической модели Вселенной) не только для того, чтобы обеспечить симметричность модели, но и потому, что телу, расположенному в центре сферы, попросту некуда падать. Все направления указывают вверх, следовательно, Земля не может упасть и должна находиться в центре сферы неподвижно.

Доступные данные не позволяли выявить изменение относительных расстояний между звездами (то есть наличие параллакса), которое было бы заметно, если бы Земля двигалась. Сегодня мы знаем, что параллакс звезд незаметен потому, что нас разделяют огромные расстояния. Также если бы Земля двигалась, то птицы, парящие в воздухе, или камни, брошенные вертикально вверх, должны были бы запаздывать относительно ее движения. Если бы Земля вращалась, то предметы, не закрепленные на ее поверхности, улетели бы в космос. Также вращение Земли обязательно должно вызвать сильный ветер. Ничего из вышеперечисленного не наблюдается, следовательно, Земля неподвижна.

## Второе объяснение: геометрическая астрономия

### Принцип кругового движения

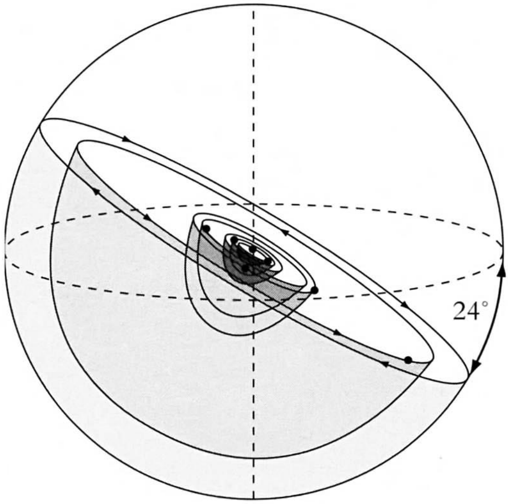
Можно сказать, что Платон (427–347 гг. до н.э.) заложил основы программы астрономических исследований в Древней Греции, когда задал ученикам вопрос: с помощью каких равномерных и упорядоченных движений можно рационально объяснить движение планет?



*Римская копия греческого оригинала головы Платона, выставленного в афинской Академии после его смерти.*

Платон считал, что истину следует искать в мире идей и чистых форм, — к экспериментам этот мыслитель относился с пренебрежением. Можно выделить три основные характеристики учения Платона, которые в большей или меньшей степени повлияли на астрономию и космологию последующих эпох: во-первых, он невысоко ценил результаты наблюдений либо относился к ним с недоверием; во-вторых, ученый был убежден, что космос имеет идеальную геометрическую структуру; в-третьих, Платон сформулировал принцип равномерного кругового движения, согласно которому все небесные тела равномерно движутся по окружностям. Космология Платона изложена в некоторых его диалогах — «Федре», «Федоне», «Государстве» и «Тимее».

В «Государстве» Платон говорит о веретене, в которое вставлено другое, меньшее веретено, и так далее (всего восемь веретен). Он пишет: «Все веретено в целом, вращаясь, совершает всякий раз один и тот же оборот, но при его вращательном движении внутренние семь кругов медленно поворачиваются в направлении, противоположном вращению целого»[1]. Очевидно, что Платон говорит о планетах. Все астрономические и космологические модели, созданные после этого, описывали беспорядочное движение планет. Постулат Платона о равномерном круговом движении планет имел огромное влияние — его ошибочные представления преобладали в астрономии на протяжении двух тысячелетий.




*Платоновская модель мира, описанная в его диалогах.*

[1] Перевод А. Н. Егунова.

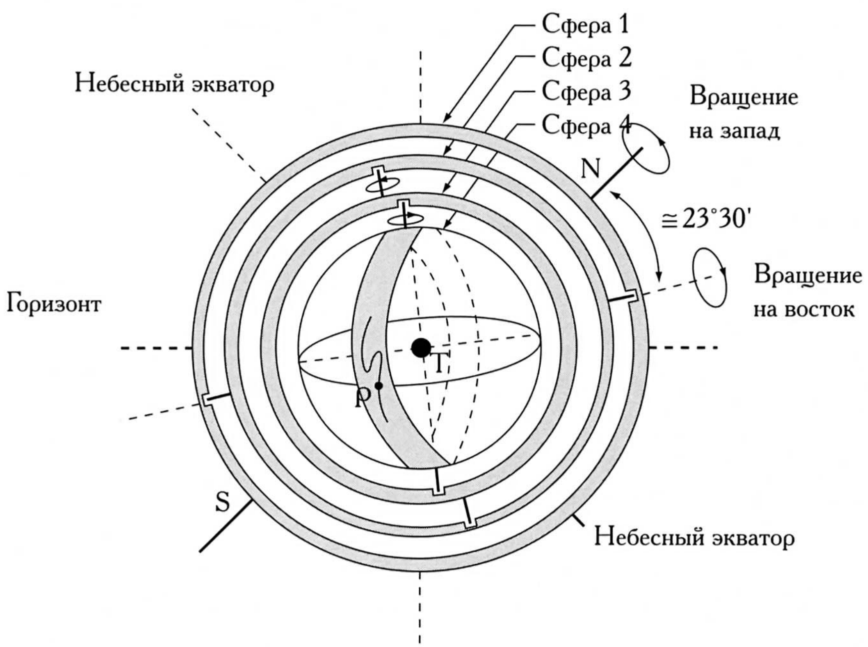
## Теория гомоцентричных сфер

Математик Евдокс Книдский (ок. 390 г. до н. э. — ок. 337 г. до н. э.) первым всерьез рассмотрел вопрос, заданный Платоном. Он предложил оригинальную теорию концентрических сфер, с помощью которой совершенно превосходным образом объяснил движение планет.

В своей теории Евдокс сопоставил каждой планете модель, состоявшую из определенного числа вложенных друг в друга концентрических сфер, в центре которых находилась Земля. Солнцу и Луне соответствовали по три сферы, всем остальным планетам (Меркурию, Венере, Марсу, Юпитеру и Сатурну) — по четыре. Чтобы объяснить движение звезд, Евдоксу хватило всего одной сферы. Таким образом, в общей сложности Евдокс применил 27 сфер:

$$3\ (\text{Солнце}) + 3\ (\text{Луна}) + 20\ (4 \times 5,\ \text{пять планет}) + 1\ (\text{звезды}) = 27.$$

Евдокс не связывал движение сфер, соответствующих разным планетам, — математические модели для каждой планеты были независимыми.




*Система Евдокса для одной планеты.*

Меркурию, Венере, Марсу, Юпитеру и Сатурну соответствовало по четыре сферы, расположенных следующим образом: планета располагалась на экваторе внутренней сферы (сферы 4); полюса этой сферы крепились к другой, концентрической сфере большего размера (сфере 3); полюса сферы 3, в свою очередь, крепились к еще одной сфере большего размера, концентрической предыдущим (сфере 2); и наконец, полюса сферы 2 аналогичным образом крепились к сфере большего размера, концентрической предыдущим (сфере 1).

Таким образом, ось каждой сферы (и, следовательно, оба ее полюса) смещалась в результате движения сферы, в которой она помещалась. Все сферы вращались вокруг своих осей с постоянными и различными скоростями.

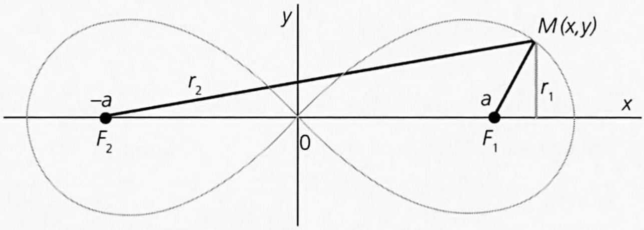
Какую роль играла каждая из этих сфер в описании движения планеты? Первая из них (будем называть ее сферой 1) в течение суток вращается с востока на запад, ее ось расположена в направлении север — юг. Эта сфера объясняет суточное движение планеты, соответствует сфере, на которой закреплены звезды, и приводит в движение все остальные сферы. Ось сферы 2 наклонена относительно оси предыдущей сферы на угол, почти равный углу между эклиптикой и небесным экватором, и вращается с запада на восток. Период обращения этой сферы равен сидерическому периоду обращения планеты. Движение этой сферы объясняет собственное движение планеты (с запада на восток). Полюса сферы 3 расположены на экваторе предыдущей сферы (на зодиакальном поясе). Период обращения этой сферы равен промежутку времени между моментами начала попятных движений (синодическому периоду). Ось последней, четвертой сферы, наклонена на определенный небольшой угол относительно оси предыдущей сферы и вращается с той же скоростью, но в противоположном направлении.

Если мы будем производить наблюдения из центра сфер (то есть с Земли) и рассмотрим совокупное движение сфер 3 и 4, то увидим, что планета движется вдоль кривой, называемой лемнискатой Бута (эта лемниската построена на поверхности сферы). Но так как планета также смещается в результате движения сферы 2 (медленное движение на восток) и сферы 1 (движение на запад), при наблюдении из центра сферы мы увидим все особенности ее траектории, в том числе попятное движение.

Следовательно, каждая планета совершает суточное движение вокруг Земли с востока на запад, собственное движение на восток вдоль зодиака, а также попятное движение.

### ЛЕМНИСКАТА

В теории гомоцентричных сфер Евдокса фигурирует кривая под названием лемниската Бута. На плоскости лемниската представляет собой кривую характерной формы, состоящую из двух петель, пересекающихся в центральной точке так, как показано на рисунке.



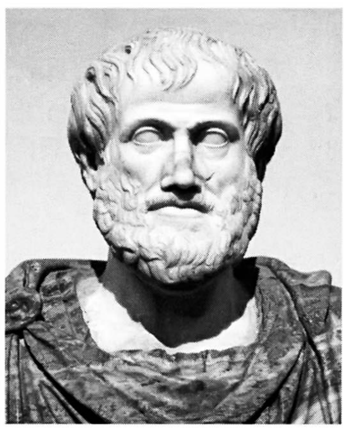

На плоскости лемниската может быть задана следующим уравнением в общем виде:

$$(x^2+y^2)^2=2a^2(x^2-y^2),$$

где $2a$ — расстояние между фокусами $F_1$ и $F_2$. Эту плоскую кривую, также известную как лемниската Бернулли, впервые описал в 1694 году швейцарский математик Якоб Бернулли (1654–1705), рассмотрев ее как видоизмененный эллипс. Если эллипс — это кривая, определяемая как множество точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек $F_1$ и $F_2$ (фокусов) постоянна, то лемниската — это множество точек плоскости, для которых постоянным будет произведение расстояний до двух фокусов.

## Космология Аристотеля

Великий философ Аристотель (384 г. до н.э. — 322 г. до н.э.), ученик Платона и основатель афинского Ликея, задался целью упорядочить и систематизировать все знания своего времени. Он включил в свою космологию теорию гомоцентричных сфер, чтобы объяснить движение планет, а также заложил основы науки, которую сегодня мы называем античной физикой.



*Мраморный бюст Аристотеля в Национальном римском музее.*

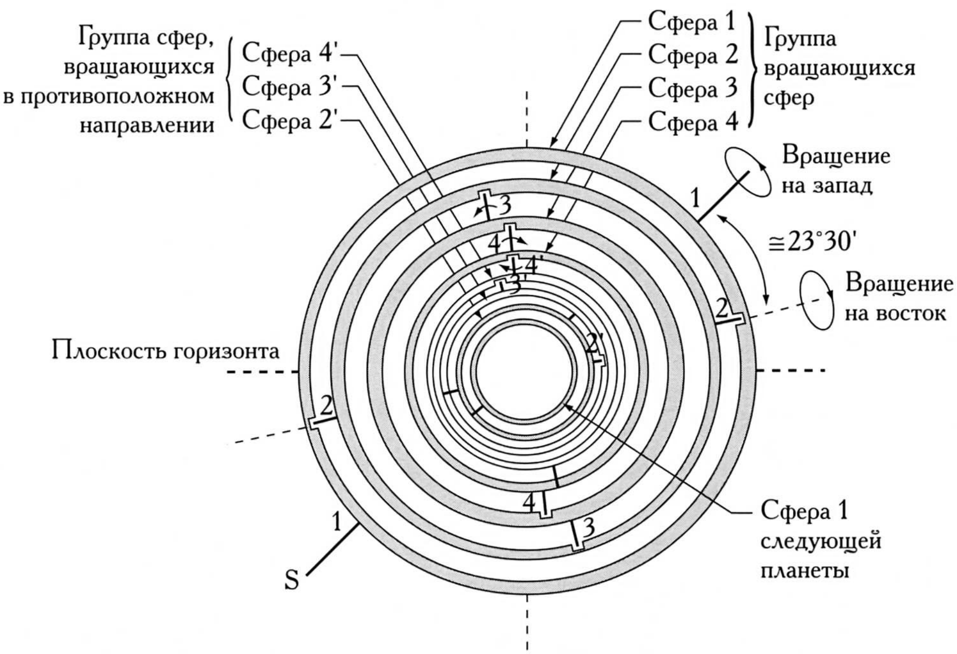
Согласно Аристотелю, существует принципиальная разница между подлунным миром, который простирается от Земли до Луны, и надлунным. Вращение небесных сфер в надлунном мире вечно, равномерно и неизменно, движения в подлунном мире конечны, нерегулярны и недолговечны. Предметы в подлунном мире состоят из четырех элементов: земли, воды, воздуха и огня. Небесные тела, однако, состоят не из этих четырех элементов, а из иного, чистого, неизменного, прозрачного и невесомого элемента — эфира, или квинтэссенции. Так как эфир неизменен, ничто на небесах никогда не меняется.

В своей космологии Аристотель использовал теорию гомоцентричных сфер Евдокса, которую усовершенствовал Каллипп Кизикский (370 г. до н.э. — 300 г. до н.э.), увеличив общее число сфер с 27 до 34. Однако Аристотель, отличавшийся системным мышлением, попытался придать геометрическим фигурам модели физическое воплощение. Геометрическую модель мира можно было считать корректной только при условии, что она имела механический смысл и соответствовала нашим общим представлениям о материи и движении.

Аристотель построил систему гомоцентричных сфер, двигавшихся одновременно и соединенных между собой. Наружная, звездная, сфера придавала всем остальным вращение с востока на запад. Чтобы сфера, соответствующая определенной планете, не передавала свое движение прочим внутренним сферам, Аристотель добавил к модели компенсирующие сферы: они располагались между множеством звезд для каждой планеты и следующей за ней, внутренней планеты, вращались вокруг тех же осей и с той же скоростью, что и планетные сферы предыдущего, внешнего множества, но в противоположном направлении. С появлением множества этих компенсирующих сфер общее число сфер в модели возросло до 56. Теперь они соприкасались друг с другом и образовывали единую систему.

Теория гомоцентрических сфер стала объектом критики уже в древности: расстояние между любой данной планетой и Землей считалось неизменным, и было непросто объяснить, почему планеты во время попятного движения светят ярче (изменение яркости планет связывалось с их приближением к Земле).

Аристотель заложил основы античной физики, объяснив движение небесных тел и проведя четкое различие между небесной динамикой (движением в надлунном мире) и земной динамикой (движением в подлунном мире). Его физическая доктрина стала догмой для 60 последующих поколений, поскольку она была крайне подробной и не противоречила здравому смыслу и наблюдениям.




*Модель Аристотеля. Первые четыре сферы соответствуют Сатурну. За исключением сферы 1, которая сообщает остальным движение на запад, движение трех других сфер (2, 3, 4) для следующих планет компенсируется движением трех сфер, вращающихся в обратном направлении (4', 3' и 2').*

Аристотель не ограничился тем, что принял на веру геоцентрическую и геостатическую модель, в которой планеты двигались по круговым орбитам, — он весьма умело и остроумно доказал ее истинность. В своей космологии он установил тесную взаимосвязь между астрономией и физикой и создал настоящую систему мира — космофизику. Поэтому неудивительно, что все греческие, арабские и христианские астрономы, за редкими исключениями (одним из них стал Аристарх Самосский), явно или неявно разделяли основные предпосылки космологии Аристотеля: замкнутый и конечный космос, неподвижность Земли, расположенной в центре мира, и наличие двух принципиально разных миров — надлунного (небесного) и подлунного (земного).

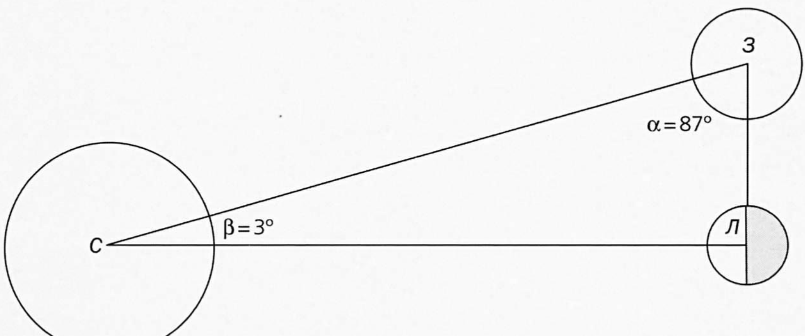
## Аристарх Самосский

О жизни Аристарха Самосского (ок. 310 г. до н.э.— ок. 230 г. до н.э.), который был учеником Стратона из Лампсака, третьего главы Ликея, известно немногое. Все сведения о нем взяты из его книги «О величинах и расстояниях Солнца и Луны» и упоминаний более поздних авторов. Его считали авторитетным астрономом, называли математиком и отмечали его обширные знания в геометрии, астрономии, музыке и других науках. Его современник Архимед (ок. 287 г. до н.э.— ок. 212 г. до н.э.) в своем труде «Исчисление песчинок» утверждает: Аристарх предполагал, что Солнце и сфера, на которой закреплены звезды, неподвижны, а Земля вращается вокруг Солнца по кругу.

Книга «О величинах и расстояниях Солнца и Луны» — это астрономический трактат, в котором с помощью геометрических методов рассчитаны соотношения расстояний между небесными телами. В современном языке эти соотношения обозначаются синусами углов. Свои геометрические методы Аристарх позаимствовал из теории пропорций Евдокса, изложенной в книге V «Начал» Евклида. Он применил и другие соотношения, которые мы относим к тригонометрии, считая их извест-

## ОТНОШЕНИЕ РАССТОЯНИЙ «ЗЕМЛЯ — ЛУНА» И «ЗЕМЛЯ — СОЛНЦЕ», ВЫЧИСЛЕННОЕ АРИСТАРХОМ САМОССКИМ

В III веке до н.э. Аристарх Самосский вычислил, насколько дальше Земля располагается от Солнца, чем от Луны, а также определил их относительные размеры. Для этого он использовал следующее соотношение: треугольник ЗЛС, в вершинах которого находятся Земля, Солнце и молодая Луна, прямоугольный, так как угол Земля — Луна — Солнце равен 90°. Далее он измерил угол между Солнцем и Луной и принял его равным 87°. Так как сумма углов треугольника равна 180°, $\beta = 3°$.




Таким образом он смог вычислить отношение расстояний *d* (З, С) /*d* (З, Л) путем математических рассуждений. В упрощенном виде и в современной нотации суть рассуждений Аристарха записывается так:

$$\cos 87° = \frac{d(T,L)}{d(T,S)},$$

ными или тривиальными. Он сравнил расстояние Земля — Солнце с расстоянием Земля — Луна и вычислил, что первое почти в 20 раз больше второго (истинное соотношение между этими расстояниями намного больше — 390:1).

Почему последователи Аристарха не приняли его гелиоцентрическую модель и ее вновь предложил лишь Николай Коперник в своем труде «О вращении небесных сфер» (1543)? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно перенестись из XXI века в III век до н.э. Утверждать, что Земля движется, значило попрать древнее учение, здравый смысл и физику Аристотеля. Кроме того, если бы Земля двигалась, то наблюдался бы параллакс звезд, чего отмечено не было. Помимо этого, другие возможные преимущества этой модели (так, с ее помощью можно было объяснить изменение блеска планет) вскоре были сведены на нет при помощи новых методов, не противоречивших традиционной космологии.

---

где $d$ (З, С) – расстояние от Земли до Солнца, $d$ (З, Л) – расстояние от Земли до Луны:

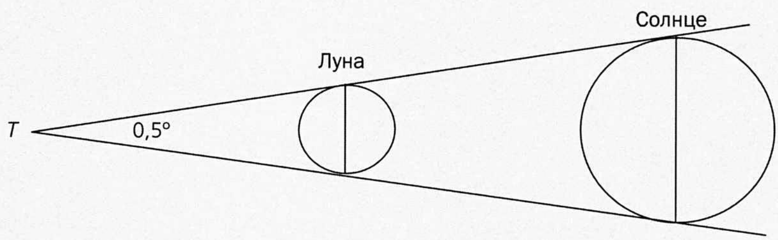
$$d(T,S)=\frac{1}{\cos 87^\circ}d(T,L),$$

так как $\frac{1}{\cos 87^\circ}$ равняется примерно 19, имеем:

$$d(T,S)\approx 19\, d(T,L).$$

Кроме того, так как Луна и Солнце наблюдаются с Земли под одним и тем же углом, равным половине градуса, отношение их диаметров будет таким же:

диаметр Солнца = 19 диаметров Луны.




Этот математический метод остроумен и точен, однако Аристарх допустил ошибку при измерении угла $\alpha$: он равен не 87°, а 89°52′ (Солнце расположено примерно в 390 раз дальше от Земли, чем Луна).

## Гиппарх Никейский

Гиппарх Никейский (ок. 190 г. до н.э.— ок. 120 г. до н.э.) применил новые измерительные приборы и первым количественно оценил неравномерности в движении Солнца и Луны. Он стал образцом для подражания для всех астрономов Александрии: пытаясь увязать принцип кругового движения с результатами наблюдений, он отдавал безоговорочный приоритет последним. Программа астрономических исследований Гиппарха выглядела так: астроном должен определить число круговых орбит небесных тел, их размеры и положение, а также скорость кругового движения, чтобы с помощью геометрических методов и численных расчетов показать, что предложенная система объясняет результаты наблюдений, позволяет делать точные количественные прогнозы и составлять прогнозные таблицы.

Гиппарх отметился важными результатами наблюдений, составил более точную карту звездного неба, систематизировал множество результатов, полученных вавилонскими астрономами, а также открыл предварение равноденствий (постепенное смещение точек равноденствия, или точек пересечения небесного экватора с эклиптикой, в силу которого равноденствия наблюдались раньше).

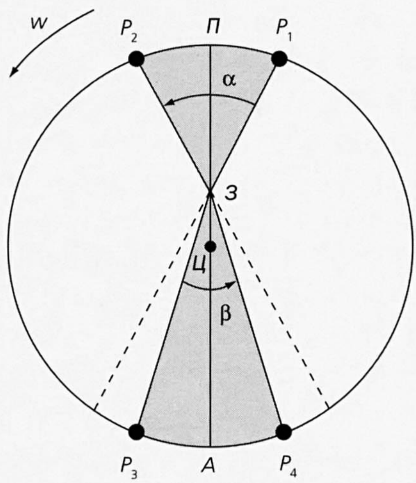
Во времена Гиппарха уже была известна длина окружности Земли — ее вычислил Эратосфен (об этом мы расскажем в главе 4). Зная длину окружности Земли, Гиппарх смог вычислить расстояния от нее до Солнца и Луны. Применив собственные методы и подходы, аналогичные подходам Аристарха, Гиппарх определил соотношение размеров Земли и Луны. Он наблюдал за тенью Земли на силуэте Луны в различных фазах лунного затмения и, приняв во внимание, что Солнце находится очень далеко от Луны и от Земли, вычислил: диаметр Земли в 8/3 раза больше диаметра Луны (а не в 2 раза, как рассчитал Аристарх). Он получил, что расстояние до Солнца составляет 490 радиусов Земли, а расстояние до Луны — от 59 до 67 радиусов Земли (реальное расстояние составляет примерно 60 радиусов Земли).

## Клавдий Птолемей

Математик и астроном Клавдий Птолемей, живший во II веке (ок. 100 — ок. 170) работал в Александрийской библиотеке и музее. Именно он разработал методологию практической астрономии, дошедшую до XVI века. Его важнейший труд «Великое математическое построение по астрономии в 13 книгах», или «Альмагест», стал первым, где приводилось полное, подробное и системное описание движения всех небесных тел с точки зрения математики. Птолемей считал астрономические гипотезы истинными только в том случае, если для них выполнялись определенные физические принципы. Здесь имеется в виду не только принцип равномерного кругового движения, но и другие, имеющие отношение к аристотелевой физике, в частности геоцентризм, принцип расположения неподвижных звезд на одной сфере и принцип несуществования пустоты.

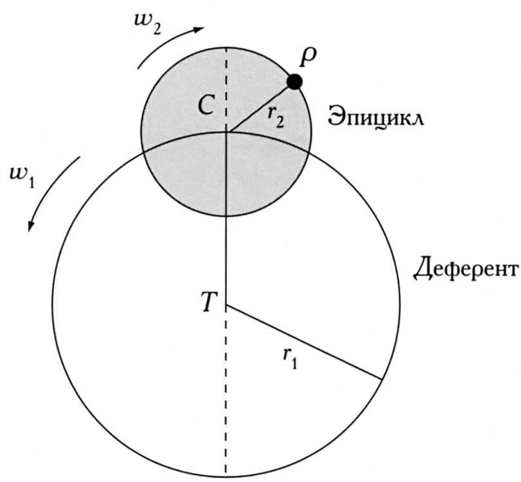
В своей теории движения планет Птолемей применил геометрические методы и поставил во главу угла точность расчетов, а не соблюдение реальных физических траекторий планет и принципов аристотелевой физики. Модели, составленные Птолемеем, позволяли прогнозировать положение планет.

## ТЕОРИЯ ЭКСЦЕНТРИКОВ (ЭКСЦЕНТРИЧЕСКОГО КРУГА)




Если считать Землю (*З*) неподвижной и поместить планету (*П*) на круговую эксцентрическую орбиту, то есть орбиту, центр которой (*Ц*) не совпадает с Землей, можно объяснить, почему планеты проходят равные дуги за неодинаковые промежутки времени. При измерении с Земли видимая угловая скорость планеты, находящейся на эксцентрической орбите, в точке, ближайшей к Земле (перигелии), — больше, в точке, наиболее удаленной от Земли (афелии), — меньше, как показано на иллюстрации. Так, если планета движется с постоянной угловой скоростью *w* относительно *Ц*, то она пройдет расстояние от точки $П_1$ до $П_2$ за то же время, что и расстояние от $П_3$ до $П_4$, однако дуги $П_1П_2$ и $П_3П_4$ из точки *З* будут видны под разными углами. Этот метод позволил Гиппарху объяснить, почему скорость видимого движения Солнца по эклиптике в течение года меняется.

Теория гомоцентричных сфер была забыта, так как она не позволяла объяснить изменение яркости планет. В III веке до н.э. начали использоваться другие теории, в которых основную роль играла геометрия, а именно теория эксцентриков (эксцентрического круга) и теория эпициклов и деферентов. Понятия эпицикла и деферента, примененные Гиппархом, ввел Аполлоний Пергский (ок. 262 г. до н. э. — ок. 190 г. до н. э.). В «Альмагесте» используются, по сути, три математических понятия: эксцентрики (планеты располагались на орбитах, центр которых не совпадал с Землей), система эпициклов и деферентов (планеты располагались на окружностях — эпициклах, центры которых двигались вдоль других окружностей — деферентов, а в центре деферентов находилась Земля) и эквант (точка внутри деферента, отличная от его центра, относительно которой центр эпицикла описывает одинаковые углы за равные промежутки времени). С их помощью Птолемей не только объяснил все результаты наблюдений, но и смог предсказать положение планет в будущем.

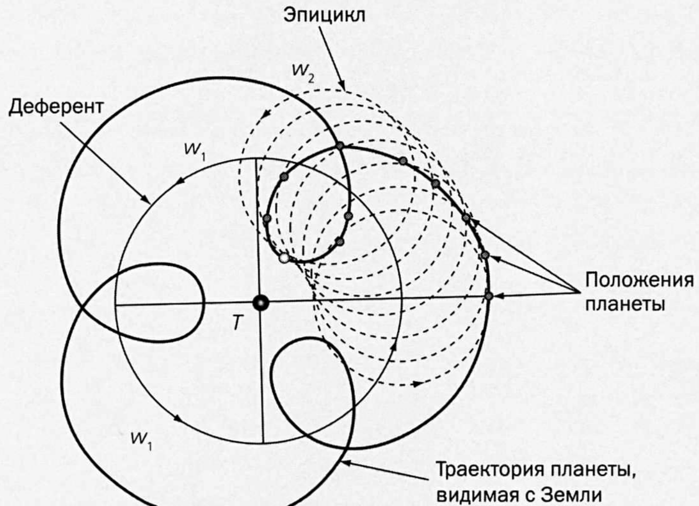



*Эпицикл и деферент.*
*Планета (P) находится на эпицикле и вращается с востока на запад (или наоборот) со скоростью $w_2$. Одновременно с этим центр эпицикла (C) вращается с запада на восток со скоростью $w_1$.*

Астрономия Птолемея представляла собой не цельную систему, а совокупность частных решений для отдельных планет. Его система противоречила некоторым важным принципам физической картины, описанной Аристотелем. Возникло несоответствие между космологией — физической системой, которая объясняла мир в целом, однако не содержала математического описания наблюдаемых явлений, и очень точной математической астрономией, которая объясняла результаты наблюдений, но никак физически не описывала движение небесных тел.

### СИСТЕМА ЭПИЦИКЛОВ И ДЕФЕРЕНТОВ. ОБЪЯСНЕНИЕ ПОПЯТНОГО ДВИЖЕНИЯ

Система эпициклов и деферентов позволяет объяснить попятное движение и изменение яркости планет, понимаемое как изменение расстояний от планет до Земли. Рассмотрим идеальный случай, в котором угловая скорость центра эпицикла *C* относительно Земли в три раза больше угловой скорости планеты относительно *C* ($w_2 = 3w_1$). Траектория движения планеты при наблюдении с Земли будет выглядеть так, как показано на иллюстрации, и планета будет описывать три петли, всякий раз приближаясь к Земле. Планета будет совершать попятное движение относительно звездного неба и будет блестеть ярче, потому что будет находиться ближе к Земле. Эта упрощенная модель достаточно точно описывает движение планеты Меркурий.

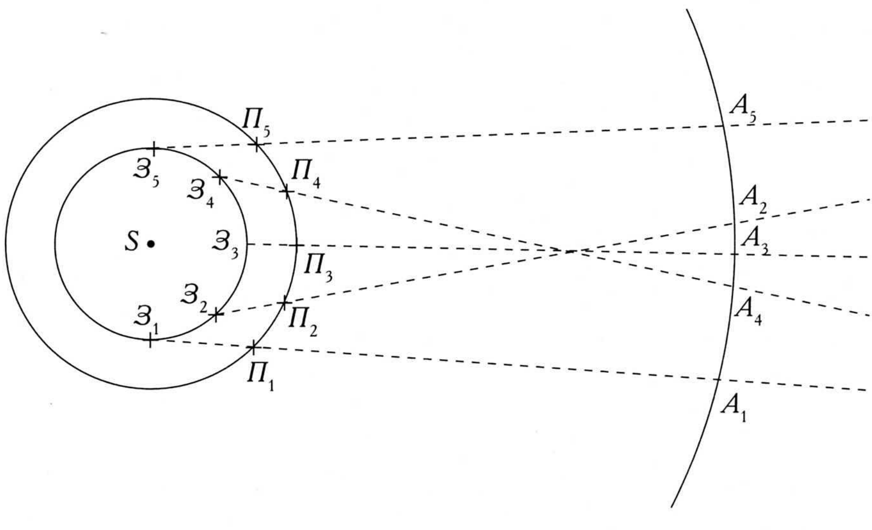



## Система Коперника

Гелиоцентрическая модель, предложенная Аристархом Самосским в III веке до н.э., подвергалась критике по тем же причинам, по которым начиная от Аристотеля и Птолемея и до Коперника критике подвергались все модели, которые не были геоцентричными. Во-первых, физические доводы о неподвижности Земли не подвергались сомнениям, во-вторых, оценки размера Вселенной были ошибочными из-за отсутствия параллакса звезд.

Новая физика возникла как раз из необходимости дать ответ на критику астрономии Коперника. Эти возражения, по сути, были идентичны аргументам Аристотеля и Птолемея о невозможности движения Земли и заключались в том, что движение Земли должно было вызывать следующие явления. Во-первых, тела, не скрепленные с Землей, были бы отброшены вдаль центробежной силой, вызванной огромной скоростью вращательного движения; во-вторых, все тела, не скрепленные с Землей или временно отделенные от нее, например облака, птицы, брошенные вверх предметы и так далее, в результате этого движения запаздывали бы относительно поверхности Земли. Так, камень, брошенный с башни вниз, не падал бы возле нее, тело, брошенное вертикально вверх, не падало бы в исходную точку, и так далее.

Коперник объяснял видимое движение небесных тел движением Земли. С появлением этой новой концепции с древней геоцентрической традицией было покончено. Когда стало понятно, что система Коперника может иметь под собой реальную основу, в особенности начиная с 1609 года, когда Галилео Галилей (1564–1642) впервые применил телескоп для наблюдения за небом, ученые принялись за поиски физической теории, которая одинаково корректно описывала бы и движение Земли, и всю Вселенную.




*В системе Коперника попятное движение объясняется с точки зрения перспективы: Земля во время движения вокруг Солнца опережает планеты, расположенные дальше от Солнца, а ее опережают планеты, расположенные ближе к Солнцу. Планета (П) видна с Земли (З) на фоне звездного неба в точке А.*

Взяв за основу открытия Галилея, Иоганна Кеплера (1571–1630) и других ученых, прочный фундамент новой физики заложил Исаак Ньютон (1642–1727) в своем труде «Математические начала натуральной философии» (Philosophix Naturalis Principia Mathematica), опубликованном в 1687 году.

Западная наука началась с наблюдения небес и составления математических моделей, позволявших точно предсказывать, где звезды и планеты окажутся в будущем. В следующей главе мы расскажем, как результаты этих наблюдений использовались для составления календарей и измерения времени.

Глава 3

# Измерение времени

Мы живем не только в пространстве, но и движемся во времени. По этой причине уже с зарождения цивилизации и появления первых общественных отношений люди занялись организацией не только своих территорий, но и своего времени. В обществах земледельцев, где посадка и сбор урожая были привязаны к временам года, особенно важно было установить общую систему измерения времени, позволявшую правильно определять время наступления событий и длительность различных интервалов.

Наблюдая за природными циклами, люди начали изучать положение звезд и движение небесных тел, в том числе Солнца и Луны. Так началось развитие астрономии. Вскоре было установлено соответствие между природными и небесными циклами: времена года были связаны с движением Солнца вдоль эклиптики, а приливы и отливы — с движением Луны. А на основе лунного и солнечного календаря составлялись календари в самых разных древних культурах и цивилизациях.

## Древняя задача

### Невозможность согласования природных циклов

Календарь, то есть система разделения времени на дни, месяцы и годы — это связующее звено между космическим временем и временем отдельных людей. Также календарь определяет социальное время — время, понятное всему обществу, жизнь которого подчиняется этому календарю. Календарь задает ритм времени и направление его измерения. Он структурирует время, определяет различия между рабочими днями и днями отдыха, а также отражает социальные традиции.

В основе всех календарей лежат наблюдения за движением небесных тел, а в качестве единицы измерения в них используются те или иные циклы, которые могут наблюдать все люди. Как показано в таблице, дни, месяцы и годы имеют разную продолжительность в зависимости от того, как они определяются.

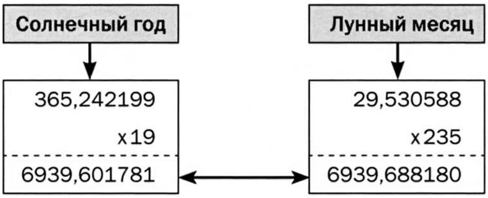
| Цикл | Определение | Примерная продолжительность |
|---|---|---|
| Сидерический год | Промежуток времени, в течение которого Солнце совершает полный оборот относительно какой-либо звезды | 365 дней, 6 часов, 9 минут и 9 секунд (365,256363 суток) |
| Тропический, или солнечный год | Временной интервал между двумя равноденствиями, за который земля совершает полный оборот вокруг Солнца | 365 дней, 5 часов, 48 минут и 46 секунд (365,242199 суток) |
| Лунный год | Интервал продолжительностью в 12 лунных месяцев | 29,5 · 12 = 354 суток |
| Лунный месяц | Интервал между двумя новолуниями | В среднем — 29 дней, 12 часов, 44 минуты и 3 секунды (от 29 дней 6 часов до 29 дней 20 часов) |
| День | Интервал между двумя восходами или заходами Солнца либо двумя восходами или заходами Луны | От 23 часов 59 минут 39 секунд до 24 часов 0 минут 30 секунд |

Епакта (от латинского epactae, — arum, от греческого ἐπακταί — «добавочные дни») — число дней, на которое продолжительность солнечного года превышает продолжительность лунного года из 12 лунных месяцев. Епакта используется, к примеру, для вычисления даты Пасхи, которая отмечается в первое воскресенье после полнолуния, наступающего за днем весеннего равноденствия.

Чтобы календарь был практичным, время в нем должно выражаться целыми числами, поэтому продолжительность суток, к примеру, принимается равной 24 часам. Каждое общество выбирает свой календарь, определяя его по результатам наблюдений за Луной, Солнцем или другой звездой. После выбора небесного тела, которое будет считаться точкой отсчета, для простоты в календаре используются средние значения.

## Метонов цикл

Древнегреческий астроном Метон Афинский (V век до н.э.) известен тем, что создал эффективную систему согласования солнечного и лунного календаря. Метон заметил, что 19 солнечных лет равны 235 лунным месяцам. Так как 19 лунных лет равны 228 месяцам (19 · 12 = 228), то, чтобы согласовать солнечный и лунный календари, Метон добавил к 19 лунным годам семь дополнительных месяцев (19 · 12 + 7 = 235). Так, 19-летний цикл включал 12 лет по 12 месяцев и 7 лет по 13 месяцев. Афиняне, удивленные этим открытием, начертали метонов цикл золотыми буквами на стене афинского храма по случаю проходивших в то время Олимпийских игр 432 года до н.э.




В IV веке иудеи, применив метонов цикл, определили лунно-солнечный календарь, в котором согласовывались солнечные и лунные циклы и традиционный лунный календарь приводился в соответствие смене времен года. Праздник Пасхи, отмечавшийся в честь Исхода евреев из Египта, должен был совпадать с праздником весны. Когда расхождение между лунным календарем и временами года становилось слишком велико, ячмень, необходимый для пасхальных ритуалов, попросту не успевал вызреть. Чтобы устранить неудобство, Синедрион внес поправку эмпирически, удвоив последний месяц года. Так как солнечный год на 11 дней длиннее лунного, то чтобы уравнять их, требовалось добавлять по одному месяцу каждые 2 или 3 года согласно следующей последовательности: 3, 6, 8, 11, 14, 17 и 19. Так удалось добиться того, что праздник Пасхи (Песах) всегда выпадал на первый месяц весны — нисан. Годы, к которым необходимо было добавлять лишний месяц, похожим образом определялись и в китайском календаре, о котором мы расскажем далее.

## Григорианский календарь

### Первый римский календарь

Рассказывают, что первый римский календарь, который начинался весной и состоял из 304 дней, составил сам Ромул, возможно, взяв за основу древний календарь этрусков. Так как этот год был короче природного, к нему периодически нужно было добавлять несколько дней. Началом летосчисления по древнеримскому календарю был 753 год до нашей эры — год основания Рима. При указании даты по римскому календарю после числа указывается сокращение a.u.c., что означает «ab urbe condita» — «от основания города». Так, год 50 a.u.c. по римскому календарю соответствует 703 году до н.э. по нашему календарю. В этом календаре всего лишь изменено начало отсчета.

Римский календарь основывался на лунном календаре (из него были заимствованы месяцы), однако римляне хотели адаптировать его к смене времен года, поэтому добавили в него дополнительные дни. Как и большинство других древних календарей, римский был полон религиозных смыслов и отражал идеи, которые для современного человека имеют отношение, скорее, к магии. К примеру, в римском календаре выделялись dies fasti — благоприятные дни, и dies nefasti — неблагоприятные дни, когда, как считалось, боги пребывали в не лучшем расположении духа и предпринимать какие-либо начинания не рекомендовалось. Различие между dies fasti и dies nefasti напоминает различие между рабочими и выходными днями. Кроме того, выделялись специальные дни, например nefastos partem diem — особо неблагоприятные дни, когда только жрецы совершали жертвоприношения в храмах. День под названием quando stercus delatum fas предназначался для уборки храма Весты. Этот день считался неблагоприятным до тех пор, пока храм не будет очищен и мусор не будет выброшен из дверей, метко названных Porta Stercoraria (лат. «навозные врата»). Публий Овидий Назон (43 г. до н.э. — 17 г. н.э.) даже написал поэму «Фасты», в которой описал месяцы года (уже по юлианскому календарю, в котором год состоял из 12 месяцев) и указал особые дни, праздники и связанные с ними обряды и легенды. Прочитав это прекрасное сочинение, вы из первых уст узнаете о том, как был устроен древнеримский календарь.

Некоторые месяцы в римском календаре были названы в честь богов и легли в основу современных названий. Месяц martius, от которого произошло название «март», был первым месяцем в году и посвящался богу войны Марсу, который, по легенде, был отцом Ромула. В марте ежегодно выбирались и вступали в должность консулы, обладавшие верховной властью в Риме в эпоху Республики, начиная с V века до н.э.

Месяц aprilis — наш апрель — был вторым месяцем в древнеримском календаре и посвящался богине Венере. Происхождение этого названия в точности неизвестно. Иногда предполагается, что это слово произошло от слова aperio, что означает «открывать», так как именно в апреле природа раскрывается во всем своем великолепии. Есть также мнение, что слово «апрель» происходит от латинского aper — «кабан», животное, весьма почитаемое в Древнем Риме. Овидий предложил свою версию, не имеющую научной ценности, но, несомненно, очень поэтичную: он связал aprilis и «афрос» (ἀφρός), что на греческом означало «морская пена» — по легенде, из морской пены родилась богиня Афродита.

Наш месяц май берет свое название от римского maius. Есть мнение, что этот месяц мог быть посвящен старшим (maiores), а следующий, июнь — юношам (iuniores). Другие авторы связывают это название с именем богини Майи — одной из Плеяд и матери Меркурия.

Четвертым месяцем древнеримского календаря был junius, по которому назван наш июнь. Помимо уже упомянутой версии существует и другая, согласно которой этот месяц назван в честь богини Юноны, супруги Юпитера.

Остальные месяцы из-за недостатка воображения или излишней тяги римлян к порядку получили названия, указывавшие на их порядковые номера в году: quintilis (пятый месяц), sextilis (шестой), september (седьмой), october (octo означает «восемь»), november (novem — «девять»), december (decem — «десять»). Месяцы martius, maius, quintilis и september имели 31 день, шесть оставшихся — 30 дней. Так был определен любопытный год продолжительностью в 304 дня.

Воинственного Ромула на троне сменил мудрый царь-жрец по имени Нума Помпилий (715 г. до н.э. — 672 г. до н.э.). Он объединил дни, которые добавлялись к концу года, в два новых месяца, januarius и februarius. Так получились привычные

## «ФАСТЫ» ОВИДИЯ И КАЛЕНДАРЬ

Овидий с иронией писал о десяти месяцах года в календаре, придуманном Ромулом: «Распределив времена, основатель города Рима Установил отмечать дважды пять месяцев в год. Видимо, Ромул, война тебе ближе была, чем светила»[1]. Далее он делает важное замечание: месяцы изначально были взяты из лунного календаря, а также выступает с критикой в адрес первых римлян: «Из-за того, что расчет незнаком был этим невеждам, В счете теряли они за пятилетие – год. Год их кончался, когда десять раз луна обернется».

Год, состоявший из 304 дней, также упоминается в тексте Овидия и описывается весьма любопытным образом: «Довод, однако же, есть немалый для Ромула, Цезарь; И для ошибки такой в нем оправдание есть. Сколько месяцев мать дитя свое носит во чреве, Стольким же месяцам быть он указал и в году». Следует признать, что при определении календаря велик соблазн заменить привычные астрономические рассуждения иными, имеющими более земную природу.

*Публий Овидий Назон.*

[1] Здесь и далее тексты Овидия цитируются по переводу С. А. Петровского.

нам 12 месяцев. Месяц januarius был посвящен двуликому богу Янусу, который мог смотреть сразу в две стороны. Янус открывал и закрывал врата, поэтому иногда его изображали с ключом в левой руке. Между прочим, слово janua и означает «дверь». Месяц februarius был посвящен почитанию усопших и ритуалам очищения. По всей видимости, название этого месяца происходит от слова februa, которым обозначались подобные ритуалы.

Месяц januarius был посвящен многим важным событиям: в частности, со временем он стал обозначать начало срока службы консулов. В 154 году до н.э. власти кельто-иберского города Сегеда в провинции Ближняя Испания, располагавшегося близ современного города Калатаюд, решили расширить область влияния, усилить укрепления и объединиться с соседними поселениями. Римский Сенат счел, что этот шаг может привести к войне, и наложил вето. Жители Сегеды не подчинились приказу, Рим объявил им войну и отправил в провинцию почти 30 тысяч солдат под командованием консула Квинта Фульвия Нобилиора. Чтобы консул мог прибыть в Испанию заблаговременно и кампания не растянулась до зимы, в тот год он впервые вступил в должность в первый день месяца januarius, что с тех пор стало традицией. В результате в 154 году до н.э. оказалось на два месяца меньше обычного. Таким образом, исходный порядок месяцев сместился на две позиции, и quintilis стал седьмым, sextilis — восьмым, september — девятым, october — десятым, november — одиннадцатым и, наконец, december — двенадцатым.

Нума Помпилий считал, что четные числа приносят несчастье, и не терпел месяцев с четным числом дней, поэтому все месяцы, которые в календаре Ромула состояли из 30 дней (aprilis, junius, sextilis, october, november и december), он укоротил до 29 дней, а в остальных оставил 31. Новый месяц januarius имел 29 дней, а сам по себе несчастливый februarius получил злополучное четное число дней — 28. Продолжительность всех месяцев в сумме составляла 355 дней, что по-прежнему не вполне соответствовало смене времен года. Чтобы исправить расхождение, каждые 2 года к календарю поочередно добавлялось по 22 или 23 дня. Эти дни назывались mercedonius — от латинского merces, что означало «жалование» или «возмещение», так как именно в эти дни обычно выплачивалось жалование рабам. Таким образом, продолжительность лет в четырехлетнем периоде согласно римскому календарю была такой:

| | |
|---|---|
| Первый год: | 355 дней. |
| Второй год: | 377 дней. |
| Третий год: | 355 дней. |
| Четвертый год: | 378 дней. |

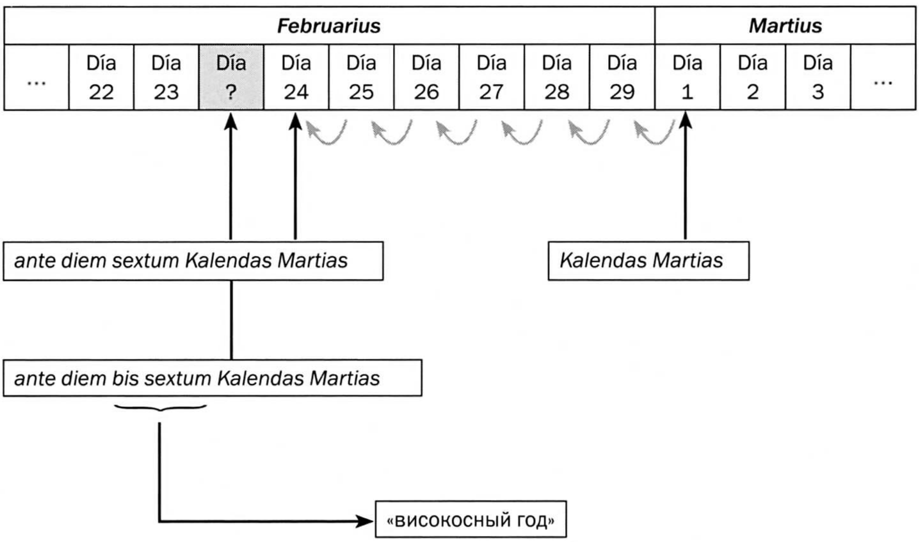
Четыре года состояли в общей сложности из 1465 дней. Учитывая, что в нашем календаре 4 года состоят примерно из 1461 дня, четырехлетний цикл по календарю Нумы Помпилия оказывался на четыре дня длиннее, чем нужно. Добавлением дней mercedonius, а также определением благоприятных и неблагоприятных дней, дней собраний, рыночных дней и других занимались жрецы. «Монополия на время» была крайне важной, и чтобы сохранить ее, жрецы держали правила составления календаря в секрете. Лишь в 304 году до н. э. Гней Флавий огласил на форуме список присутственных дней суда на год вперед. Так календарь стал доступен не только жрецам и патрициям, но и более широкому кругу людей, который мы сегодня называем социумом, обществом.

В каждом месяце римского календаря были три особые даты — иды, календы и ноны, которые, по всей видимости, указывали, что месяцы происходили из лунного календаря. Изначально календами назывались дни новолуния, нонами — дни первой четверти луны, идами — дни полнолуния. Когда месяцы календаря перестали связывать с фазами луны, эти дни остались — уже не имея астрономического смысла, они сохраняли большое практическое значение для древних римлян. Отзвук названия «календы» слышится даже в самом слове «календарь». Иногда можно услышать ироничное выражение «до греческих календ», которое обозначает несуществующую дату — в греческом календаре календ не было. Если календы обозначали первый день месяца, то иды и ноны выпадали на разные дни в зависимости от месяца: в месяцах martius, maius, quintilis и october ноны выпадали на седьмой день, иды — на пятнадцатый, в прочие месяцы ноны выпадали на пятый день, иды — на тринадцатый. Другие дни римского календаря назывались по числу дней до ближайшей особой даты (календ, ид или нон).

## Юлианская реформа

В 46 году до н. э. Юлий Цезарь при помощи астронома Созигена Александрийского провел реформу римского календаря, установив продолжительность года в 365 дней с четвертью. В египетском календаре, прекрасно знакомом Созигену, год состоял из 365 дней, в то время как реальная продолжительность года составляет 365,242199 дня. Таким образом, отклонение за год составляло 0,242199 дня, за четыре года — 0,968796 дня, то есть почти целые сутки. Цезарь указал, что этот день следует добавлять раз в четыре года.

Он постановил, что продолжительность месяцев будет составлять 31 и 30 дней поочередно, за исключением месяца februarius, который в обычные годы состоял из 29 дней. Раз в четыре года к месяцу februarius добавлялся еще один день между 23 и 24 числом, и продолжительность этого месяца достигала 30 дней. Дни в римском календаре назывались по числу дней до ближайшей особой даты (календ, ид или нон). Так, день 24 февраля назывался ante diem sextum Kalendas Martias, а добавочный день обозначался приставкой «бис-» и назывался ante diem bis sextum Kalendas Martias. От слов bis sextum и произошло современное название «високосный год». Посмотрим на схему.




После смерти Юлия Цезаря в 44 году до н.э. римский сенат постановил назвать месяц quintilis в его честь — julius, так как Цезарь родился именно в этом месяце. По той же причине в 8 году до н.э. месяц sextilis был назван august в честь Октавиана Августа. Возникло нарушение протокола: как в месяце julius мог быть 31 день, а в месяце august — всего 30? Вопрос решился просто: к августу был добавлен еще один день, взятый, разумеется, из месяца februarius, который страдал от всех этих изменений потому, что был последним по счету... и месяцем очищения. Получалось, что три месяца подряд (julius, august и september) имели 31 день, поэтому было принято решение перенести один день из september в october, еще один — из november в december. Все эти изменения отражены в следующей схеме.

**VII век до н.э.**

| *Martius* | *Aprilis* | *Maius* | *Junius* | *Quintilis* | *Sextilis* | *September* | *October* | *November* | *December* | *Januarius* | *Februarius* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | 29 | 31 | 29 | 31 | 29 | 31 | 29 | 31 | 29 | 29 | 28 |

**46 год до н.э.**

| *Januarius* | *Februarius* | *Martius* | *Aprilis* | *Maius* | *Junius* | *Quintilis* | *Sextilis* | *September* | *October* | *November* | *December* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 + 1 | 30 – 1<br>Обычный: 29<br>Високосный: 30 | 30 + 1 | 30 | 30 + 1 | 30 | 30 + 1 | 30 | 30 + 1 | 30 | 30 + 1 | 30 |

**44 год до н.э.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | *Julius* | | | | | |

**8 год до н.э.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | *August* | | | | |
| | –1 | | | | | | +1 | | | | |
| | | | | | | | | –1 | +1 | –1 | +1 |

**Современный календарь**

| *Januarius* | *Februarius* | *Martius* | *Aprilis* | *Maius* | *Junius* | *Julius* | *August* | *September* | *October* | *November* | *December* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | Обычный год: 28<br>Високосный: 29 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 | 31 | 30 | 31 | 30 | 31 |

Так было определено число дней в месяцах современного календаря.

В Древнем Риме летосчисление велось со дня основания города. Император Диоклетиан захотел начать отсчет лет с года своего восшествия на трон (284 год до н.э.). В конечном итоге начало современного исчисления лет определил Дионисий Малый, который начал отсчет с года рождения Христа, определив его с возможной ошибкой в 4–5 лет. Это изменение летосчисления было произведено в 531 году.

Так как после реформы Юлия Цезаря каждые четыре года добавлялся один день, средняя продолжительность года по календарю составила 365,25 дня, что больше соответствовало реальной продолжительности в 365,242199 дня, но все равно давало избыток в 0,007801 дня в год. Это расхождение кажется небольшим, но за 400 лет оно в сумме составляет 3,1204 дня. К XVI веку оно достигло уже 10 дней. В результате потребовалась реформа календаря, и был введен так называемый григорианский календарь, который мы и используем сегодня.

## Григорианская реформа

Григорианский календарь учредил папа Григорий XIII в 1582 году, взяв за основу работы членов совета, возглавляемого математиком и астрономом Христофором Клавием. Обращают на себя внимание два изменения: во-первых, годы, кратные 4, оставались високосными, но каждые 400 лет три високосных года исключались. Таким образом, високосными переставали быть годы, кратные 100, но не кратные 400. Во-вторых, было устранено отставание в 10 дней, которое накопилось за время использования юлианского календаря: за четвергом 4 октября 1582 года (по юлианскому календарю) последовала пятница 15 октября 1582 года (по григорианскому календарю). Изначально эти изменения были приняты Испанией, Италией, Францией и Португалией. Другие государства переходили на новый календарь постепенно: Англия — в 1752 году, Финляндия — в 1918, Турция — в 1926 и так далее.

*Немецкий математик-иезуит Христофор Клавий, который вместе с итальянским врачом и астрономом Луиджи Лилио был видным членом комиссии по реформе календаря.*

## ИСТОРИИ О ПЕРЕХОДЕ НА ГРИГОРИАНСКИЙ КАЛЕНДАРЬ

Россия перешла на григорианский календарь лишь с приходом советской власти. В результате перехода день 1 февраля 1918 года стал считаться 14 февраля. Возникла любопытная ситуация: получалось, что Октябрьская революция произошла в ноябре. Революция началась 25–26 октября по юлианскому календарю, который использовался в царской России. При переходе на григорианский календарь эти даты пришлись на 7 и 8 ноября соответственно. Шекспир и Сервантес умерли в одну и ту же дату 23 апреля 1616 года, но не в один и тот же день. Сервантес умер 23 апреля 1616 года по григорианскому календарю, который действовал в Испании с 1582 года, а Шекспир умер 23 апреля 1616 года по юлианскому календарю, который действовал в Англии до 1752 года. Некоторые биографы указывают, что Ньютон родился в 1642 году, другие — в 1643. Это не ошибка: Ньютон родился 25 декабря 1642 года по юлианскому календарю, что соответствует 4 января 1643 года по григорианскому.

В Англии смена календаря, которая сопровождалась исключением нескольких дней, стала причиной беспорядков. Любопытное упоминание этих событий можно увидеть на картине «Предвыборный банкет» Уильяма Хогарта: на ней изображен раненый активист, который отнял у манифестанта-консерватора плакат, где можно прочесть: «Give us our Eleven Days» («Верните наши 11 дней»). Картина была написана через три года после перехода на новый календарь.

*Фрагмент картины «Предвыборный банкет» Уильяма Хогарта, где на плакате (выделен кругом) можно прочесть слова «Верните наши 11 дней».*

## Исламский календарь

Официальный календарь исламского мира — так называемый календарь Хиджры. Халиф Умар ибн аль-Хаттаб постановил, что мусульманское летосчисление начнется с 16 июля 622 года — даты Хиджры (в переводе с арабского — «переселение») пророка Мухаммеда из Мекки в Медину. В основе исламского календаря лежит цикл из 12 лунных месяцев. Нечетные месяцы имеют 30 дней, четные — 29, продолжительность года составляет 354 или 355 дней.

Мухаммед утверждал, что Аллах расположил Луну на небосводе для измерения времени, и поэтому запретил изменять названия 12 лун года, которые имеют большое значение в сельском хозяйстве и скотоводстве, а также наделены религиозным смыслом. Как вы увидите, 12 месяцев исламского календаря не совпадают с 12 месяцами григорианского, поэтому мы будем называть их «первый месяц», «второй месяц», а не «январь», «февраль» и так далее.

Год в исламском календаре начинается с месяца Мухаррам («священного месяца»). Название этого месяца происходит от слова «харам» — «запретный». В этом месяце запрещено воевать. Некоторые мусульмане весь этот месяц постятся, как и в месяц Рамадан. Мухаррам состоит из 30 дней, первый из которых называется Рас-ас-Сана. Хотя он не имеет особого религиозного значения, многие мусульмане в этот день вспоминают жизнь пророка Мухаммеда и Хиджру.

Второй месяц, Сафар, имеет 29 дней. Это название происходит от арабского «суфр» — «желтый», так как изначально это был осенний месяц, «когда растения желтеют и увядают». Сафар считается самым несчастливым в календаре, так как, по преданию, именно в этом месяце Адам был изгнан из райского сада.

Третий месяц называется Раби аль-авваль. В этом месяце мусульмане всего мира отмечают Мавлид — день рождения пророка Мухаммеда. Большинство мусульман-суннитов считает, что точная дата рождения Мухаммеда — двенадцатый день этого месяца, мусульмане-шииты верят, что Мухаммед родился утром семнадцатого дня этого месяца.

Четвертый месяц исламского календаря — Раби ас-сани. Он также называется Раби аль-ахир. Пятый месяц называется Джумада аль-уля, шестой — Джумада аль-ахира.

Седьмой месяц, Раджаб, как и все нечетные месяцы, имеет 30 дней. Название этого месяца сходно с арабским словом «уважение, боязнь». Арабы доисламского периода высоко чтили месяц Раджаб. В течение этого месяца, как и в месяц Мухаррам, были запрещены войны. Согласно изречению, которое приписывается Мухаммеду, тот, кто постится в месяц Раджаб, в раю будет пить из источника жизни. Правоверные мусульмане постятся в первую пятницу этого месяца.

Шаабан — восьмой месяц года, состоящий из 29 дней.

Рамадан, девятый месяц года, когда мусульмане весь месяц постятся от рассвета до захода солнца. Этот пост на арабском языке называется саум.

## ДАТЫ МЕСЯЦА РАМАДАН ПОСЛЕДНИХ ЛЕТ

Исламский календарь – лунный календарь. Первым днем месяца считается первый день после новолуния, когда после захода Солнца можно увидеть серп луны; иными словами, новый месяц начинается спустя два дня после новолуния. Год по исламскому календарю короче, чем по григорианскому, поэтому создается впечатление, что дни исламского календаря смещаются по григорианскому году. К примеру, даты месяца Рамадан последних лет таковы:

| Месяц Рамадан | По григорианскому календарю |
|---|---|
| 1427 год по Хиджре | 23 сентября — 22 октября 2006 года |
| 1428 | 12 сентября — 11 октября 2007 года |
| 1429 | 1 сентября — 30 сентября 2008 года |
| 1430 | 22 августа — 19 сентября 2009 года |
| 1431 | 11 августа — 10 сентября 2010 года |
| 1432 | 1 августа — 29 августа 2011 года |
| 1433 | 21 июля — 19 августа 2012 года |

Определить точную дату начала Рамадана очень важно, ведь в этом месяце мусульманам необходимо соблюдать определенные обряды. Многие мусульмане настаивают, что начало Рамадана следует определять на глаз, вглядываясь в небо, чтобы заметить момент, когда на нем появится первый серп луны после новолуния. Другие мусульмане руководствуются датой и временем, заранее рассчитанными для каждого часового пояса, или ждут официального объявления от одной из множества исламских организаций.

Десятый месяц называется Шавваль. Его название означает «спаривание животных». Зуль-када — одиннадцатый месяц, состоящий из 30 дней. Его связывают с отдыхом. Двенадцатый месяц года — Зуль-хиджа. Это название дословно означает «совершать паломничество». Именно в этом месяце мусульмане совершают хадж — паломничество в Мекку. Этот месяц имеет 29 дней в так называемые простые годы и на один больше — в так называемые добавочные годы, о которых мы поговорим позже.

Исламский лунный год делится на 12 месяцев, состоящих из 30 и 29 дней поочередно, без учета смены времен года. Его продолжительность равна 354 дням, но так как 12 лунных месяцев в общей сложности составляют 354 дня, 8 часов, 48 минут и 38 секунд, то по прошествии 12 месяцев до первой луны нового года остается еще немного времени. В результате расхождение за 30 лунных лет составляет примерно 11 дней. Мухаммед запретил добавлять в календарь новые месяцы, и примерно в 639 году халиф Умар ибн аль-Хаттаб предложил оригинальное решение этой задачи, основанное на лунных циклах продолжительностью в 30 лет. Этот цикл состоит из 19 «простых» лет по 354 дня (из 6 месяцев по 30 дней и 6 месяцев по 29 дней: $6 \cdot 30 + 6 \cdot 29 = 354$) и 11 «добавочных» лет по 355 дней (из 7 месяцев по 30 дней и 5 месяцев по 29 дней: $7 \cdot 30 + 5 \cdot 29 = 355$). Так как каждые 32 лунных месяца Луна запаздывает примерно на сутки, а к 30 годам следует добавить 11 дней, Умар ибн аль-Хаттаб определил цикл из 30 лет (360 лунных месяцев по вавилонской традиции) и добавил по одному дню к определенным годам по следующему правилу: следовало пронумеровать месяцы последовательно и добавить по одному дню к тем годам, которые содержали месяц с номером, кратным 32. Иными словами, если мы составим последовательность чисел, кратных 32 (месяцам), то получим:

$$32, 64, 96, 128, 160, 192, 224, 256, 288, 320, 352.$$

Если теперь мы разделим эти числа на 12, чтобы определить, к каким годам следует добавить день, получим:

| | | |
|---|---|---|
| 32/12 = 2,6667 | 64/12 = 5,3333 | 96/12 = 8 |
| 128/12= 10,6667 | 160/12 = 13,3333 | 192/ 12 = 16 |
| 224/12 = 18,6667 | 256/12 = 21,3333 | 288/12 = 24. |
| 320/12 = 26,6667 | 352/12 = 29,3333 | |

В следующей последовательности из 30 лет выделены годы, к которым добавляется день (в последнем месяце):

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **2** | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | **8** | 9 | **10** |
| 11 | 12 | **13** | 14 | 15 | **16** | 17 | **18** | 19 | 20 |
| **21** | 22 | 23 | **24** | 25 | **26** | 27 | 28 | **29** | 30 |

Составители исламского календаря иногда расходятся во мнениях относительно того, какой год является добавочным — седьмой или восьмой. Но вне зависимости от того, сколько дней в исламском году, 354 или 355, он никогда не будет равен григорианскому году из 365 или 366 дней, и 33 года по исламскому календарю ($10\,631 + 354 + 355 + 354 = 11\,694$ дня) соответствуют 32 годам по григорианскому календарю ($365 \cdot 32 = 11\,680 + 8 = 11\,688$ дней).

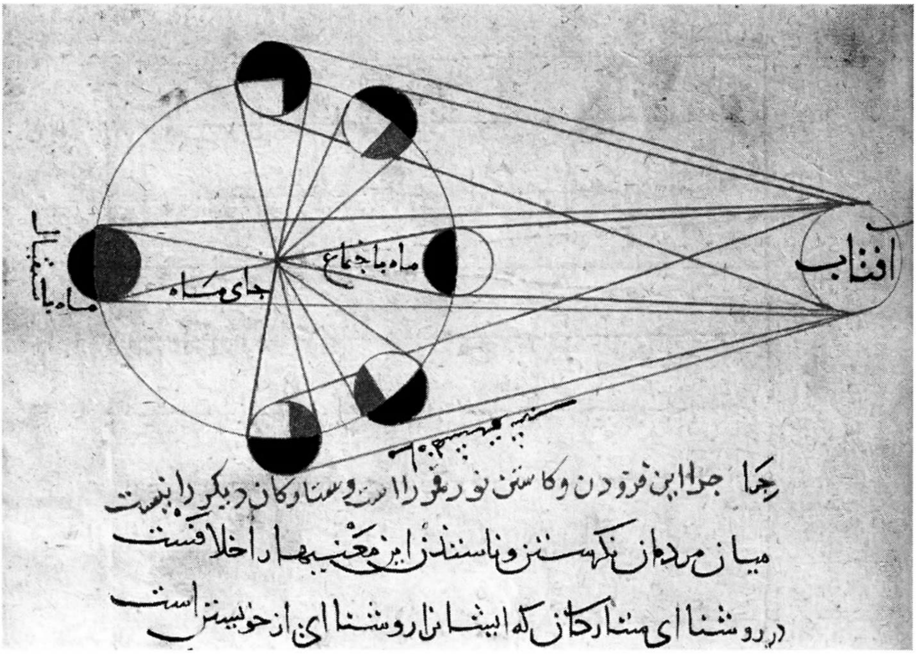



*Рисунок персидского математика и астронома Аль-Бируни (973–1048), на котором изображены фазы Луны.*

Месяцы и годы в исламском календаре приводятся в соответствие с месяцами и годами по лунному календарю. Тем не менее по окончании каждого 30-летнего цикла до первого новолуния следующего цикла остается еще 16 минут 48 секунд. Это расхождение составляет всего 331/10 секунды в год и достигает одних суток лишь через 2570 лет — достаточно долгий промежуток времени по сравнению с григорианским календарем, где нужно пропускать три високосных года каждые 400 лет.

Дни в исламском календаре делятся на группы по семь дней. Деление на группы не прерывается даже с началом нового года, как и в григорианском календаре. Порядок дней недели таков: аль-ахад («первый») — воскресенье, аль-иснейн («второй») — понедельник, ас-суляса («третий») — вторник, аль-арбиа («четвертый») — среда, аль-хамис («пятый») — четверг, аль-джумаа («собрание») — пятница (этот день назван так потому, что пятница в исламе считается праздничным днем, днем совместной молитвы в мечетях), ас-сабт («седьмой») — суббота.

День начинается с заходом Солнца, месяц — примерно через два дня после новолуния, когда на небе впервые появляется серп луны. Если мы рассмотрим разницу в днях между лунным и солнечным календарем и обратим внимание, что год в них начинается в разные дни, то станет понятно, почему так сложно установить соответствие между исламским и григорианским календарем. Существуют таблицы соответствия между годами, но для быстрых приближенных подсчетов используется следующая формула. Выразив $G$ («григорианский») или $H$ («Хиджра»), можно перейти от исламского календаря к григорианскому или наоборот:

$$G = H\frac{32}{33} + 622.$$

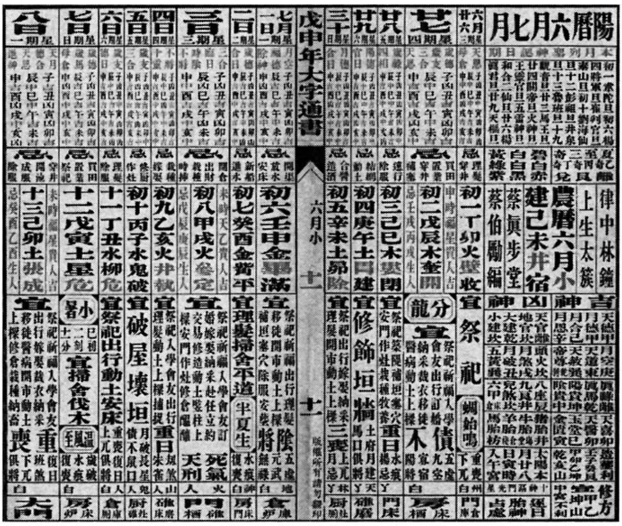
Напомним, что 33 исламских года равны 32 годам по григорианскому календарю, а год Хиджры соответствует 622 году по григорианскому календарю.

В исламском календаре выделяют несколько особых дат. Мухаммед постановил, что месяц Рамадан должен быть месяцем покаяния, когда следует воздерживаться от еды и питья от восхода до заката Солнца, как сказано в Коране: «Ешьте и пейте, пока вы не сможете отличить белую нить рассвета от нити черной». Одни и те же месяцы в лунном календаре выпадают на разные времена года, и если Рамадан выпадает на лето, когда световой день длиннее, то совмещать работу и пост намного сложнее, чем зимой, когда дни короче. Вторая особая дата — месяц Зуль-хиджа, когда совершается паломничество в Мекку, которое хотя бы раз в жизни обязан совершить каждый мусульманин, если он имеет на то средства и не ограничен какими-либо особыми запретами.

## Китайский календарь

Первые астрономы древнего Китая заметили, что при подсчете дней не обойтись без учета природных циклов, и с глубокой древности начали наблюдать за солнечными и лунными циклами. Две гадательные кости династии Шан указывают, что уже в XIV веке до н.э. китайцы знали, что солнечный цикл состоит из 365 дней с четвертью, лунный — из 29 с половиной дней. Примерно в 104 году до н.э. путем наблюдений и измерений тени гномона китайцы определили, что продолжительность года составляет 365,2502 дня. В V веке математик и астроном Цзу Чунчжи определил, что год длится 365,2428 дня, что всего на 52 секунды больше реального значения (365,2422 дня).

Китайские астрономы, в отличие от древних греков, наблюдали не за движением Солнца вдоль эклиптики, а за движением звезд по меридиану, и делили небесную сферу на части подобно тому, как шумеры делили ее на зодиакальные созвездия. Если мы разделим небесную сферу на 12 частей, то каждой будет соответствовать интервал ровно в 30,4375 дня — одна двенадцатая часть окружности в 365,25 дня. Эту часть года китайцы связывали с лунным месяцем, но так как продолжительность лунного цикла составляет 29,5308 дня, то со временем расхождение с календарем достигало целого месяца. Чтобы привести лунный календарь в соответствие со сменой времен года, вводился дополнительный месяц. Иными словами, если по прошествии определенного временного интервала, который должен был равняться году, Солнце не находилось с соответствующем созвездии, то к стандартному календарю следовало добавить дополнительный месяц.




*Китайский календарь.*

Позднее китайцы обнаружили, что 19 солнечных лет практически точно равны 235 лунным месяцам (6939 дням). Этот промежуток времени равен метоновому циклу, и на его основе китайские ученые составили лунно-солнечный календарь. В этом цикле из 19 лет чередовались годы, состоящие из 12 и 13 лунных месяцев. Месяцы добавлялись так, чтобы зимнее солнцестояние всегда выпадало на одиннадцатый месяц года. В приведенной ниже последовательности выделены семь лет, которые состоят из 384 или 385 дней — так обеспечивается соответствие с лунным циклом, длящимся 29,5 дней:

1 2 **3** 4 5 **6** 7 **8** 9 10 **11** 12 13 **14** 15 16 **17** 18 **19**.

Почему месяцы добавляются именно в эти годы? Эта задача решается при помощи модулярной арифметики, подобной той, что использовалась при составлении исламского календаря: мусульмане добавляли дни к определенным месяцам, китайцы — месяцы к определенным годам. Метонов цикл указывает, что 19 солнечных лет равны 235 лунным месяцам. Так, 19 лунных лет состоят из $19 \cdot 12 = 228$ лунных месяцев, а 19 солнечных лет — из 235, следовательно, нужно добавить семь лунных месяцев. Когда именно? В те годы, когда на небе видна эта «лишняя» луна. Следующие расчеты указывают, что первый месяц следует добавить к третьему году — в противном случае эти 3 года будут состоять из 36 месяцев, а не 37, как должно быть на самом деле.

$$\frac{365{,}25 \cdot 1}{29{,}5} = 12{,}38 \text{ месяца}; \quad \frac{365{,}25 \cdot 2}{29{,}5} = 24{,}76 \text{ месяца}; \quad \frac{365{,}25 \cdot 3}{29{,}5} = 37{,}14 \text{ месяца}.$$

Продолжив расчеты, мы получим, что месяц следует добавить к 6, 8, 11, 14, 17 и 19 году, которые выделены в приведенной выше последовательности. Таким образом, 12 из 19 лет будут состоять из 354 дней (всего $354 \cdot 12 = 4248$ дней), 7 лет — из 384 дней (всего $384 \cdot 7 = 2688$ дней). К трем из этих семи лет добавляется еще один день, таким образом, общая продолжительность цикла составит 6939 дней $(4248 + 2688 + 3)$ — именно столько дней и должен иметь 19-летний цикл.

Начало нового года по китайскому календарю определяется сочетанием солнечных и лунных циклов. Китайский Новый год должен начинаться со второго новолуния после зимнего солнцестояния (22 декабря). Рассмотрим пример. В день зимнего солнцестояния 200 года возраст Луны равнялся 7 дням. Имеем:

$(29{,}5 - 7) + 29{,}5 = 52$, где

$29{,}5 - 7$ указывает дату первого новолуния после солнцестояния;

$29{,}5$ указывает дату второго новолуния после солнцестояния.

Это означает, что новый год наступает через 52 дня от зимнего солнцестояния (в нашем примере — 12 февраля 2001 года).

Здесь под новолунием понимается фаза Луны, при которой она не видна на небе (потому что находится между Землей и Солнцем), в отличие от исламского и еврейского календаря, где новолуние наступает в ночь, когда на небе впервые становится виден серп Луны (первая четверть). День новолуния считается первым днем нового месяца. Месяцы в китайском календаре делятся на три группы — Мэн (начало), Чжун (середина) и Цзи (конец), а также на четыре времени года — Чунь (весна), Ся (лето), Цю (осень) и Дун (зима).

Названия месяцев образуются сочетанием этих названий: так, последний месяц осени называется Цзи-Цю. Месяцы в китайском календаре состоят из трех недель по 10 дней в каждой. Дни месяца начинаются в полночь и считаются по порядку.

Подобно тому, как в западной культуре годы образуют века из 100 лет, китайцы объединяют годы в 60-летние циклы под названием Цзя-Цзы, которые имеют две составляющих: первая соответствует «небесным стволам» гань, вторая — животным зодиака, чжи.

| **Гань** | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | *Цзя* | 6 | *Цзи* |
| 2 | *Уи* | 7 | *Гэн* |
| 3 | *Бин* | 8 | *Синь* |
| 4 | *Дин* | 9 | *Жэнь* |
| 5 | *У* | 10 | *Гуй* |

| **Чжи** | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | *Цзы (мышь)* | 7 | *У (конь)* |
| 2 | *Чоу (корова)* | 8 | *Вэй (овца)* |
| 3 | *Инь (тигр)* | 9 | *Шэнь (обезьяна)* |
| 4 | *Мао (заяц)* | 10 | *Ю (петух)* |
| 5 | *Чэнь (дракон)* | 11 | *Сюй (собака)* |
| 6 | *Сы (змея)* | 12 | Хай (свинья) |

Эти две составляющие объединяются в последовательности. 60-летний цикл состоит из следующих сочетаний.

| **Год** | **Гань** | **Чжи** |
|---|---|---|
| 1 | *Цзя* | *Цзы (мышь)* |
| 2 | *Уи* | *Чоу (корова)* |
| 3 | *Бин* | *Инь (тигр)* |
| 4 | *Дин* | *Мао (заяц)* |
| 5 | *У* | *Чэнь (дракон)* |
| 6 | *Цзи* | *Сы (змея)* |

| Год | *Гань* | *Чжи* |
|---|---|---|
| 7 | *Гэн* | *У (конь)* |
| 8 | *Синь* | *Вэй (овца)* |
| 9 | *Жэнь* | *Шэнь (обезьяна)* |
| 10 | *Гуй* | *Ю (петух)* |
| 11 | *Цзя* | *Сюй (собака)* |
| 12 | *Уи* | *Хай (свинья)* |
| | ... | ... |
| | ... | ... |
| 58 | *Синь* | *Ю (петух)* |
| 59 | *Жэнь* | *Сюй (собака)* |
| 60 | *Гуй* | *Хай (свинья)* |

Нынешний 60-летний цикл начался 2 февраля 1984 года. Это означает, что, например, год У-инь, 15-й год 78-го цикла, начался 28 января 1998 года, 20-й год 78-го цикла начался 1 февраля 2003 года.

## СООТВЕТСТВИЕ МЕЖДУ КИТАЙСКИМ И ГРИГОРИАНСКИМ КАЛЕНДАРЕМ

В следующей таблице приведены даты начала нового года по китайскому календарю и соответствующие даты по григорианскому календарю.

| Год по китайскому календарю | Животное по китайскому гороскопу | Григорианский календарь |
|---|---|---|
| 4707 | Корова | 26 января 2009 года |
| 4708 | Тигр | 10 февраля 2010 года |
| 4709 | Заяц | 3 февраля 2011 года |
| 4710 | Дракон | 23 января 2012 года |
| 4711 | Змея | 10 февраля 2013 года |
| 4712 | Конь | 31 января 2014 года |
| 4713 | Овца | 19 февраля 2015 года |
| 4714 | Обезьяна | 9 февраля 2016 года |
| 4715 | Петух | 28 января 2017 года |
| 4716 | Собака | 16 февраля 2018 года |
| 4717 | Свинья | 5 февраля 2019 года |
| 4718 | Мышь | 25 января 2020 года |

В современном Китае традиционный календарь называется сельскохозяйственным, а григорианский — стандартным, или западным. С григорианским календарем китайцев познакомили иезуиты в XIX веке, и сегодня именно он используется в Китае в повседневной жизни. Китайский календарь применяется для определения ряда традиционных дат, например Нового года или праздника Дуань-у-цзе, праздника драконьих лодок, который также называется «двойной пятеркой», так как проводится в пятый день пятого лунного месяца.

## Французский революционный календарь

Во время различных революций неоднократно предпринимались попытки отказаться от григорианского календаря, чтобы порвать с прошлым и организовать время в соответствии с новым видением мира. К примеру, французский революционный календарь состоял из 12 месяцев по 30 дней, разделенных на 3 декады по 10 дней в каждой. В конце года добавлялись 5 или 6 дней (для високосных годов). Этот календарь, отражавший идеалы Великой французской революции, просуществовал всего лишь с 1792 по 1804 год. Амбициозная реформа календаря имела три цели: отвергнуть прошлый монархический режим, определить светские праздники нового общества и упорядочить системы мер и весов, в том числе систему измерения времени.

Во французском революционном календаре отсчет лет начался заново, с первого года. Как указывали его авторы, теперь нельзя было отсчитывать годы так же, как во времена угнетавшего их короля, когда они на самом деле «не жили». С введением нового календаря началась новая эпоха. Датой начала новой эры стал день 22 сентября 1792 года, когда была свергнута монархия и провозглашена республика. По счастливой случайности, день 22 сентября был днем осеннего равноденствия. Революционеры увидели в этом добрый знак: равенство дня и ночи стало символом всеобщего равенства людей. История возвращалась к природе, к естественному ходу событий.

Как и новые рациональные меры длины и веса (килограмм и метр), десятичной системе счисления подчинялся и новый календарь. Целью авторов календаря была рационализация общественной жизни, поэтому они стремились сделать календарь простым, понятным, точным и универсальным. Прежняя система была признана памятником рабства и невежества, полным отклонений — месяцы имели разную продолжительность, а праздники приходились на разные дни. Новый календарь отражал движение небесных тел, а все расчеты в нем производились в десятичной системе счисления. Все интервалы времени, меньшие месяца, делились на части в де-

## ВЕСНА ВО ФРАНЦУЗСКОМ РЕВОЛЮЦИОННОМ КАЛЕНДАРЕ

Весна начиналась месяцем Жерминаль. Далее перечислены дни этого месяца и образы, которые с ними соотносились. Каждому месяцу соответствовал свой женский образ.

Жерминаль (21 марта – 19 апреля):

1. Primevère (первоцвет)
2. Platane (платан)
3. Asperge (спаржа)
4. Tulipe (тюльпан)
5. Poule (курица)
6. Bette (мангольд)
7. Bouleau (береза)
8. Jonquille (нарцисс-жонкиль)
9. Aulne (ольха)
10. Couvoir (гнездо)
11. Pervenche (барвинок)
12. Charme (граб)
13. Morille (сморчок)
14. Hêtre (бук)
15. Abeille (пчела)
16. Laitue (салат)
17. Mélèze (лиственница)
18. Ciguë (болиголов)
19. Radis (редис)
20. Ruche (улей)
21. Gainier (иудино дерево)
22. Romaine (римский салат)
23. Marronnier (каштан)
24. Roquette (сурепка)
25. Pigeon (голубь)
26. Lilas (сирень)
27. Anémone (ветреница)
28. Pensée (анютины глазки)
29. Myrtille (черника)
30. Greffoir (прививочный нож)

*Образ Жерминаль в революционном календаре.*

сятичной системе. Двенадцать месяцев состояли из 30 дней и делились на интервалы в 10 дней — декады. Оставшиеся пять дней добавлялись в конце года. Каждые четыре года к ним добавлялся еще один день. Новая система, по сути, повторяла древнеегипетский календарь: в нем было 12 месяцев по 30 дней в каждом, которые делились на интервалы по 10 дней, а в конце года добавлялись 5 дней.

Революционный календарь, провозглашенный 5 октября 1793 года, имел светский характер: в нем не было воскресений — дней, когда воздавались почести Богу, и дней почитания святых. Так как из календаря были исключены все религиозные символы, требовалось выбрать новую традицию, и авторы обратились к природе. Каждый день был связан не с каким-либо святым, а с растениями, минералами, животными (дни, оканчивавшиеся на 5) и орудиями труда (дни, оканчивавшиеся на 0). Так, 25 декабря стал днем собаки. Месяцы имели более поэтические названия. Осенними месяцами (их названия оканчивались на «-ер») были Вандемьер (от лат. vindemia — «сбор винограда»), Брюмер (от французского brume — «туман») и Фример (от французского frimas — «изморозь»). Зимними месяцами (их названия оканчивались на «-оз») были Нивоз (от лат. nivosus — «снежный»), Плювиоз (от лат. pluviosus — «дождливый») и Вантоз (от лат. ventosus — «ветреный»). Весенними месяцами (их названия оканчивались на «-аль») были Жерминаль (от лат. germen — «побег»), Флореаль (от лат. flos — «цветок») и Прериаль (от французского prairie — «луг»). Летними месяцами (их названия оканчивались на «-дор») были Мессидор (от лат. messis — «жатва»), Термидор (от греческого thermos — «тепло») и Фрюктидор (от лат. fructus — «плод»).

Простому народу не понравился отказ от популярных праздников и празднеств в честь святых покровителей цехов. Стало ясно, что революционный календарь не станет частью народной культуры. Он был далек от общества и не был усвоен массовым сознанием, поэтому постепенно уступил место прежнему календарю. В VIII году революционные праздники были отменены. В X году Наполеон Бонапарт вновь сделал воскресенье днем отдыха, чтобы восстановить связи между церковью и революционным государством. Наконец, 15 Фрюктидора XIII года (9 сентября 1805 года) революционный календарь был официально упразднен. Назывались две причины: он был недостаточно рациональным и имел слишком националистический характер. Григорианский календарь был восстановлен 1 января 1806 года, спустя чуть больше года после коронации Наполеона. К счастью, система мер и весов, созданная в том же революционном духе, оказалась более успешной. О ней мы расскажем в главе 5.

Глава 4

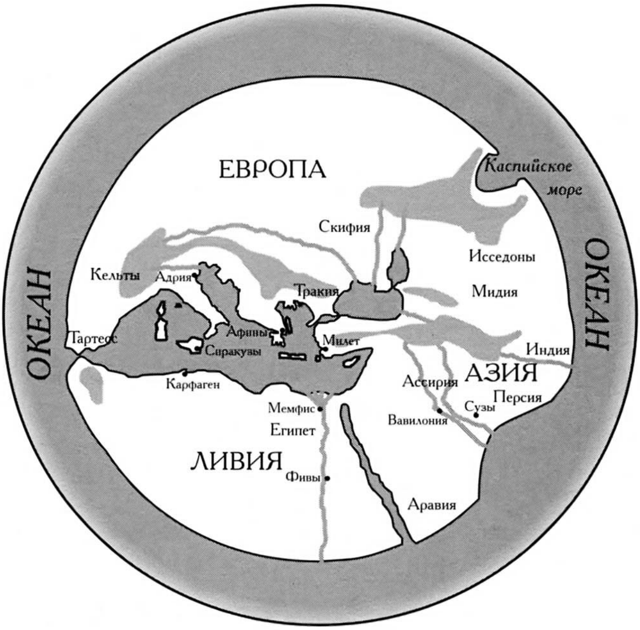
# Измерение Земли

Изучение движения небесных тел помогло определить единицы измерения времени, однако человека также интересовали очертания и размеры мира, в котором он жил, и он захотел измерить Землю. Птолемей не только внес вклад в измерение небес, но и стал непререкаемым авторитетом во всем, что касалось измерения Земли, описав в своей «Географии» весь известный мир своего времени. В XV—XVI веках, с открытием новых территорий, европейцы расширили границы привычного мира и внесли в труд Птолемея поправки. В конце XVII века были произведены более тщательные измерения размеров Земли при помощи триангуляции. Так были заложены основы геодезии. Относительно формы Земли существовало две точки зрения: согласно первой, Земля была сплюснута у полюсов, согласно второй — у экватора. Разногласия сторонников этих двух точек зрения вылились в бурную полемику, и было принято решение найти истину, измерив длину дуги меридиана величиной в один градус. Измерения должны были произвести две экспедиции в двух точках, максимально отстоящих по широте друг от друга.

## Первые представления о форме и размерах Земли

В древности большинство людей верило, что обитаемая Земля плоская — по крайней мере, она выглядела именно так, если не принимать в расчет неровности рельефа. Однако древнегреческие философы начали рассматривать иные гипотезы. Анаксимандру приписывается концепция, согласно которой Земля имела цилиндрическую форму, была вытянута в длину и располагалась в центре небесной сферы. Согласно этой концепции, обитаемым был лишь верхний диск цилиндрической Земли. Считается, что Анаксимандр составил карту Земли, которую позднее исправил и усовершенствовал Гекатей Милетский (ок. 550 г. до н.э.— ок. 476 г. до н.э.). На этой карте были изображены известные на тот момент области Европы, Азии и Африки, расположенные на диске, окруженном рекой-океаном. В центральной части диска располагалась Греция.

Хотя в точности оценить величину древних единиц измерения всегда непросто, считается, что диаметр диска, изображенного на карте Гекатея, составлял примерно 8000 километров.




*Карта Гекатея I в. до н.э.*

Если Земля была плоской, то имела ли она конец? Гекатей, по всей видимости, считал, что да. Но почему тогда океан, окружавший сушу, не переливался через края? Быть может, он упирался в некую стену, где небо соединялось с морем? Как Земля удерживалась на месте? Как видите, гипотеза о плоской форме Земли

## ДОВОДЫ АРИСТОТЕЛЯ В ПОЛЬЗУ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ЗЕМЛИ

Аристотель привел ряд доводов против того, что Земля плоская. К примеру, он указал, что высота звезд над горизонтом меняется в зависимости от точки наблюдения. Так, путешественник, идущий на юг, видел, что созвездия поднимались все выше над горизонтом. Это означало, что горизонт на юге образовывал определенный угол с горизонтом, который видел наблюдатель на севере. Следовательно, Земля не могла быть плоской. Аналогично, тень, отбрасываемая Землей на Луну во время частичных лунных затмений, всегда имела круглую границу вне зависимости от высоты Луны над горизонтом. Какое тело, кроме сферы, могло отбрасывать круглую тень во всех направлениях?

вызывала множество непростых вопросов. Древние греки предположили, что Земля имеет форму сферы, и привели убедительные доводы в поддержку этой гипотезы — об этом мы уже рассказали в главе 2. Но как греческие мыслители определили размеры Земли?

## Измерение размеров сферической Земли. Эратосфен

В эллинистический период Александрия стала научным центром греческой цивилизации благодаря двум важнейшим учреждениям — музею и библиотеке. Именно там впервые была вычислена длина окружности Земли. Сделал это греческий мудрец, математик и географ Эратосфен Киренский (276 г. до н.э. — 194 г. до н.э.). Будучи главой Александрийской библиотеки, он имел доступ ко множеству различных данных, записанных на папирусах. Эратосфен знал, что в городе Сиена (ныне — Асуан), расположенном к югу от Александрии, в полдень по местному времени в день летнего солнцестояния солнечные лучи достигают дна глубоких колодцев, а вертикальные шесты не отбрасывают тени. В это же время в Александрии гномон отбрасывал тень.

*Гравюра с изображением древней Александрийской библиотеки.*

Эратосфен предположил: так как Солнце находится на большом расстоянии, его лучи падают на Землю параллельно. Если Земля плоская, как в те времена по-прежнему считали многие, то одинаковые предметы в один и тот же день и час должны отбрасывать одинаковую тень вне зависимости от того, где они находятся. Но тени предметов отличались, следовательно, Земля не была плоской.

В полдень в день летнего солнцестояния в Александрии Эратосфен при помощи гномона измерил угол, на который солнечные лучи отстоят от вертикали. Этот угол составил 1/50 окружности (7°12'). Предположив, что Земля имеет форму сферы (360°), а Александрия расположена к северу от Сиены на том же меридиане, путем простых рассуждений (см. рисунок) он определил, что центральный угол между двумя радиусами Земли, соответствующими Сиене и Александрии, также составляет 1/50 окружности (7°12').

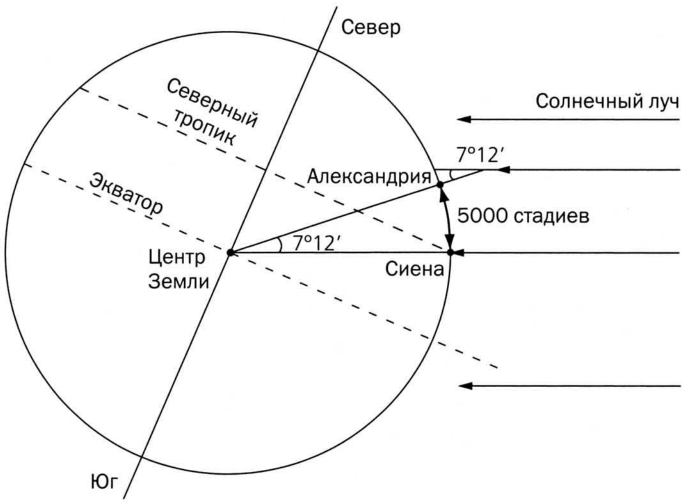



*Схема рассуждений Эратосфена.*

Эратосфен знал, что расстояние между этими городами равнялось 5000 стадиев (примерно 800 километров), и определил длину окружности Земли с помощью простой пропорции. Длина окружности Земли должна была превышать расстояние между Александрией и Сиеной в 50 раз, то есть составлять 250 тысяч стадиев. Он округлил результат вычислений и принял один градус равным 70 стадиев, таким образом, общая длина земной окружности составила 252 тысячи стадиев.

К сожалению, нам неизвестно, какой была точная длина стадия, использованного Эратосфеном в расчетах. Греческий стадий примерно равен 185 м — в этом случае длина земной окружности составляет 46 620 км (на 16,3 % больше, чем на самом деле). Но если предположить, что ученый использовал египетский стадий, который равнялся 157,5 м, то его результат равен 39 690 км (в этом случае ошибка составляет менее 2 %).

Рассуждения Эратосфена были безошибочны, однако следует сделать небольшое замечание относительно точности проведенных им измерений: Сиена не расположена на одном меридиане с Александрией, а Солнце видится с Земли как диск, расположенный на конечном расстоянии, поэтому его нельзя считать бесконечно удаленным точечным источником света. Кроме того, в древности измерение расстояний по суше было ненадежным и становилось источником ошибок. Если учесть погрешности во всех данных, которые применил Эратосфен в вычислениях, то станет очевидно, что полученный им результат был на удивление точным.

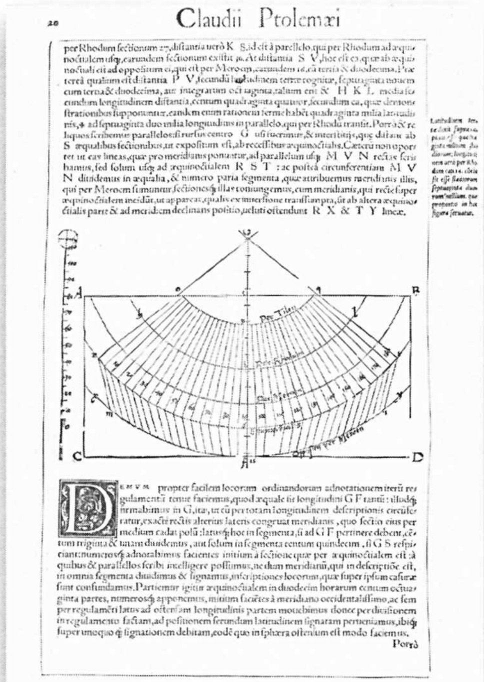
## Карты Земли: широта и долгота, географическое положение и картографические проекции

Птолемей работал в Александрии на несколько веков позже Эратосфена. В своей «Географии» он, применив строгие научные методы, описал весь известный древним грекам мир. Птолемей изложил математические методы составления точных карт при помощи различных проекций, а также указал географические координаты почти 10 тысяч точек известного в то время мира. При нанесении этих точек на карту он построил сетку параллелей и меридианов и применил такие понятия, как широта и долгота. Нулевой меридиан на карте Птолемея располагался возле Канарских островов, нулевая параллель — вблизи экватора. Северную оконечность обитаемого мира он расположил на параллели острова Туле.

По всей видимости, размеры Земли, использованные Птолемеем, были меньше реальных: он предполагал, что длина дуги экватора величиной в один градус составляет примерно 80 километров, таким образом, длина земной окружности была чуть меньше 30 тысяч километров. Птолемей пользовался огромным авторитетом в эпоху Возрождения, и только благодаря этому моряки осмелились пересечь океан в поисках новых земель.

Задача о представлении криволинейной поверхности на плоскости решается математическими методами. В этом смысле Птолемей также внес значимый вклад в картографию. Считается, что еще до него Гиппарх разделил земную окружность на 360° и построил сетку параллелей и меридианов. Гиппарх изучал способы изображения сферической поверхности на плоской карте и, по мнению некоторых ученых, применил для решения этой задачи стереографическую проекцию. Большое влияние на Птолемея оказал географ и картограф Марин Тирский (ок. 60 — ок. 130), который первым принял меридиан Канарских островов за нулевой, а параллель Родоса — за начало отсчета широты. По всей видимости, он же предложил использовать цилиндрическую проекцию для составления карт.

Чтобы изобразить поверхность Земли на плоскости, Птолемей разработал коническую и псевдоконическую проекции. С их помощью ему удалось изобразить на одной плоскости разные участки земной поверхности в разном масштабе. В своей конической проекции он представил параллели в виде концентрических дуг окружностей, меридианы — в виде прямых линий, сходящихся в фокусе, который совпадал с Северным полюсом. Во второй, псевдоконической проекции Птолемея меридианы также изображались кривыми линиями, сходившимися в полюсе, за счет чего ему удалось изобразить больший участок земной поверхности с меньшими искажениями.

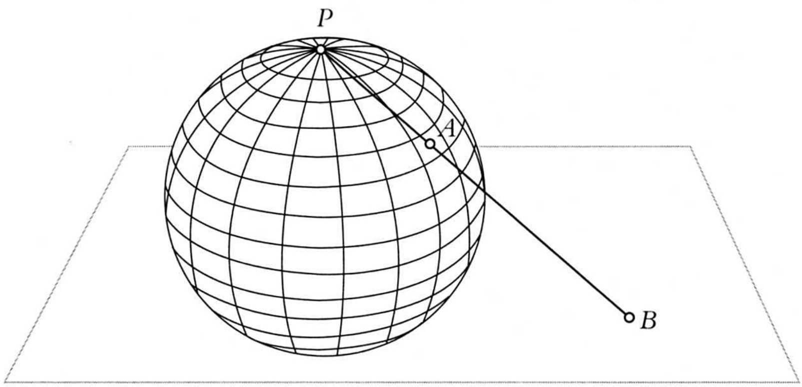



*Коническая проекция Птолемея, приведенная в его «Географии» («Geographicae enarrationis libri octo»), изданной в Лионе и Вене в 1541 году.*

Коническая проекция Птолемея использовалась вплоть до XV века, пока границы известного мира существенно не расширились. С новыми открытиями для составления карт мира этой проекции оказалось недостаточно, и она стала применяться только в картах отдельных регионов.

Ни в одной картографической проекции земного шара нельзя одновременно сохранить и площади, и углы, но можно обеспечить сохранение площадей и углов с различной точностью в зависимости от типа проекции — в частности, в проекциях, предположительно созданных Гиппархом, Марином и Птолемеем.

В стереографической проекции произвольной точке сферы $A$, отличной от полюса $P$ (фокус проекции), ставится в соответствие точка плоскости, определяемая как точка пересечения прямой $PA$ и плоскости. И напротив, каждой точке плоскости $B$ соответствует единственная точка $A$, отличная от $P$, которая определяется как точка пересечения сферы с прямой $PB$. Птолемей объясняет эту проекцию в своей «Планисфере» и использует ее для изображения небесной сферы на плоскости. Позднее эту проекцию применили арабы при изготовлении астролябий — инструментов для определения положения звезд на небосводе.

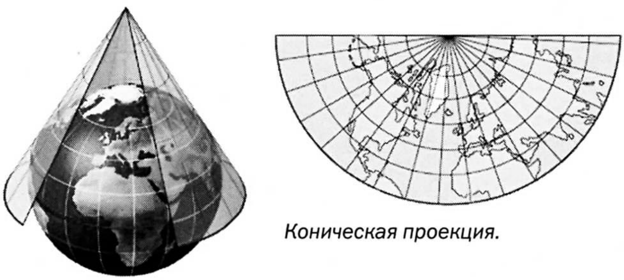



*Стереографическая проекция.*

В цилиндрической проекции поверхность земного шара проецируется на цилиндр, касающийся его в точке, лежащей на экваторе. Полученная карта отличается малыми искажениями возле экватора и огромными искажениями в приполярных областях. Эта проекция сохраняет углы, но не площади — они увеличиваются по мере удаления от экватора и приближения к любому из двух полюсов.

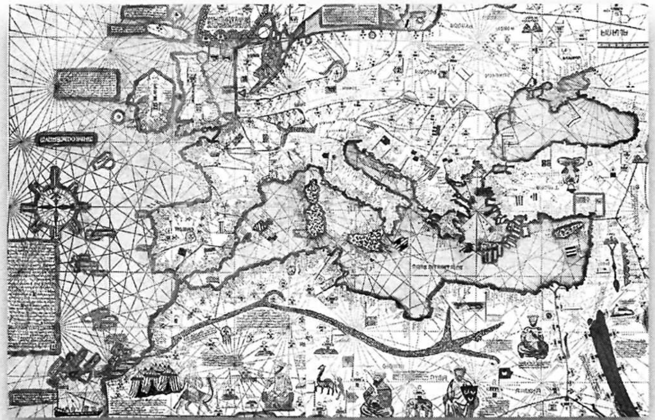
*Цилиндрическая проекция.*

В конической проекции точки земного шара проецируются на конус, при этом в качестве фокуса выбирается один из полюсов. Приполярные области в этой проекции искажаются, но полушарие, в котором расположен полюс, выбранный в качестве фокуса, будет изображено с высокой точностью. На карте, построенной в конической проекции, искажения вдоль параллели касания невелики и возрастают по мере удаления от нее.



*Коническая проекция.*

Арабы переняли у греков значительную часть культурного багажа, но в том, что касалось картографии и задач определения местоположения, были практичнее греков: они пересматривали и исправляли картографические данные по мере исследования новых земель. В конце XIII века крупные центры картографии находились в Средиземноморье — в Генуе, Венеции и Пальма-де-Мальорке, где изготавливались морские карты, а исследования носили ярко выраженный прикладной характер. С появлением компаса в Европе при создании морских карт стали применяться расчеты, связывавшие координаты корабля с расстояниями до различных портов. Эти карты, в которых основное внимание уделялось морским путям, называются портуланами. В них отражены форма побережий, береговой рельеф, устья рек, направления ветров и так далее. В XIV–XV веках было изготовлено значительное количество таких карт.



*Лучший из портуланов, изготовленный на Мальорке, — «Каталанский атлас» Авраама Крескеса 1375 года. На иллюстрации изображена копия этой карты, выполненная в XIX веке.*

XVI век стал вершиной мореплавания: менее чем за 100 лет было открыто столько новых земель, что площадь известного мира удвоилась. Карты Земли совершенствовались, и впервые удалось получить прямое доказательство сферической формы Земли: Фернан Магеллан (1480–1521) и Хуан Себастьян Элькано (1476–1526) совершили кругосветное путешествие. И вскоре вновь встал вопрос об измерении земного шара.

### ПЕРВОЕ ПРЯМОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ЗЕМЛИ

Первое кругосветное путешествие (1519–1522), ставшее прямым доказательством сферической формы Земли, начал Фернан Магеллан, а закончил Хуан Себастьян Элькано. Магеллан возглавил экспедицию из пяти кораблей, которые отправились в плавание из города Санлукар-де-Баррамеда в испанской провинции Кадис 20 сентября 1519 года. Мореплаватель пересек Атлантику и достиг побережья Бразилии близ Рио-де-Жанейро. Затем он проследовал в направлении реки Ла-Плата и далее на юг, к Патагонии. Там Магеллан открыл пролив, который теперь носит его имя, и провел по нему свои корабли. Его команде пришлось перенести много невзгод, но экспедиция пересекла Тихий океан, открыла остров Гуам в архипелаге Марианские острова и в марте 1521 года достигла Филиппин. Там же, на Филиппинах, 27 апреля 1521 года Фернан Магеллан скончался. После его смерти экспедицию возглавил Хуан Себастьян Элькано. Отправившись в путь от Молуккских островов, он пересек Индийский океан, обогнул Африку и прибыл в Санлукар-де-Баррамеда 6 сентября 1522 года на корабле «Виктория». Так завершилось первое кругосветное путешествие.

## Измерение дуг меридианов посредством триангуляции

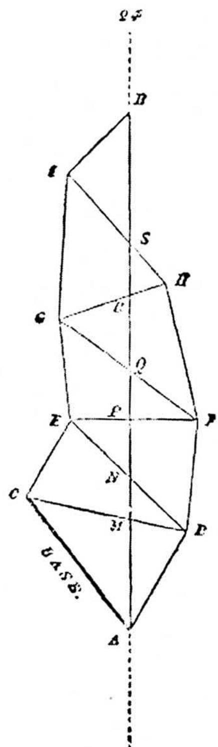
В 1669—1670 годах французский астроном аббат Жан Пикар стал первым, кому удалось вычислить размер Земли с достаточно высокой точностью. Для этого он применил принципы триангуляции и воспользовался методом лейденского астронома, математика и профессора Виллеброрда Снелла (1580—1626). Снелл спланировал и провел измерения в 1615 году, а в 1617 году описал свои методы в книге Eratosthenes Batavus («Голландский Эратосфен»), заложив тем самым основы геодезии. Его метод измерения окружности Земли заключался в определении длины дуги меридиана посредством триангуляции.

С точки зрения геометрии триангуляция заключается в использовании треугольников и их тригонометрических свойств для вычисления неизвестных параметров (сторон и углов) на основе известных. В геодезии триангуляцией называется метод, позволяющий определить размеры Земли, покрыв ее поверхность сетью смежных треугольников. Измерения при триангуляции начинаются с грамотного выбора вершин треугольника и определения точной длины одной из сторон треугольника. Далее из вершин этой стороны производятся измерения углов треугольника. Полученный треугольник станет первым в сети треугольников, которая в конечном итоге охватит дугу меридиана.

Гениальный писатель Жюль Верн (1828—1905) в своем романе «Приключения троих русских и троих англичан в Южной Африке» четко описывает последовательность действий при триангуляции:

> «Чтобы лучше понять, что представляет собой геодезическая операция, называемая триангуляцией, позаимствуем следующие геометрические построения из учебника «Новые уроки космографии» г-на А. Гарсе, преподавателя математики лицея Генриха IV. С помощью прилагаемого здесь рисунка эта любопытная процедура будет легко понята:
>
> «Пусть *AB* — меридиан, длину которого требуется найти. Тщательно измеряем основание (базис) *AC*, идущий от оконечности *A* меридиана до первой позиции *C*. Затем по обеим сторонам этого меридиана избираем дополнительные позиции *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I* и так далее, каждая из которых позволяет видеть соседнюю позицию, и измеряем с помощью теодолита углы каждого из треугольников *ACD*, *CDE*, *EDF* и так далее, которые они образуют между собой. Эта первая операция позволяет определить параметры различных треугольников, ибо в первом известна длина *AC* и углы и можно вычислить

сторону $CD$; во втором — сторона $CD$ и углы, и легко подсчитывается сторона $DE$; в третьем — известна сторона $DE$ и углы и можно получить сторону $EF$ и так далее. Затем определяем наклон меридиана относительно основания $AC$, для чего измеряем угол $MAC$. Таким образом, в треугольнике $ACM$ известны сторона $AC$ и прилегающие к ней углы и можно вычислить первый отрезок $AM$ меридиана. Аналогично вычисляются угол $M$ и сторона $CM$; таким образом, в треугольнике $MDN$ оказывается известной сторона $DM = CD - CM$ и прилегающие к ней углы, и можно подсчитать второй отрезок $MN$ меридиана, угол $N$ и сторону $DN$. Таким образом, в треугольнике $NEP$ становится известна сторона $EN = DE - DN$ и прилегающие к ней углы и можно определить третий отрезок $NP$ меридиана, и так далее. Понятно, что таким образом получается по частям общая длина оси $AB$»[1].



Таким образом, для проведения триангуляции необходимо как можно точнее определить длину стороны треугольника, которую мы будем называть основанием,

[1] Перевод В. Исакова.

так как от результата этого измерения (на практике оно оказывается самым сложным и трудоемким) зависят все остальные расчеты. Основание должно быть как можно длиннее, чтобы свести к минимуму возможные ошибки. Из обоих концов основания производятся измерения углов, которые основание образует с двумя другими сторонами треугольника. Эти две стороны сходятся в грамотно выбранной третьей вершине. Так определяется первый треугольник сети.

Зная два угла и сторону (основание) треугольника, мы при помощи тригонометрических методов можем без труда вычислить третий угол и две оставшиеся стороны. Так мы полностью определим треугольник и сможем выбрать любую из трех его сторон в качестве основания второго, смежного треугольника. Если мы последовательно будем добавлять к сети все новые и новые смежные треугольники, то в конечном итоге сеть триангуляции охватит две крайние точки дуги меридиана, которую мы хотим измерить, и мы определим астрономическую широту и долготу этих точек.

Далее по известной длине основания необходимо найти длину его горизонтальной проекции. В общем случае вершины треугольника необязательно находятся на одной высоте, поэтому их следует спроецировать на горизонтальную плоскость или контрольную поверхность. Снелл нашел способ внести в формулы триангуляции поправки, учитывающие кривизну Земли.

Основой для систематического использования современных сетей триангуляции стали результаты первых измерений, выполненных Снеллом, а также рассчитанное им расстояние между городами Алкмар и Берген-оп-Зом в Нидерландах. Эти города находились приблизительно на одном меридиане и отстояли друг от друга на один градус долготы. В качестве длины основания Снелл выбрал расстояние от своего дома до башни местной церкви. Он построил сеть из 33 треугольников и измерил их углы при помощи квадранта размером 2 × 2 метра. Проведя измерения, он определил, что расстояние между городами составляет 117 449 ярдов (107,395 км). Фактическое расстояние между этими городами составляет примерно 111 км.

Применив методы Снелла, Пикар измерил расстояние, соответствующее одному градусу долготы парижского меридиана. Он построил сеть из тринадцати треугольников, начиная из города Мальвуазен близ Парижа до часовой башни городка Сурдон близ Амьена. Основание сети треугольников было измерено по поверхности Земли, а углы треугольников измерялись из точек, расположенных на башнях, колокольнях или иных возвышениях, откуда можно было увидеть вершины соседних треугольников.

Пикар впервые применил при измерениях квадрант, дополненный зрительной трубой, а также сконструировал собственные измерительные инструменты. Он

**ЖАН ПИКАР (1620–1682)**

Французский астроном Жан Пикар, получивший образование в иезуитской школе Ла-Флеш, работал вместе с Пьером Гассенди, преподавателем математики в парижском Коллеж Рояль (ныне Коллеж де Франс). В 1655 году, после смерти Гассенди, Пикар стал преподавателем астрономии в этом учебном заведении, а в 1666 — членом недавно созданной Французской академии наук.

Он сконструировал микрометр — прибор для измерения диаметров небесных тел (Солнца, Луны и планет). В 1667 году Пикар дополнил квадрант зрительной трубой, сделав его намного удобнее для наблюдений. Исследователь значительно повысил точность измерений Земли, применив метод триангуляции Снелла, а также использовал научные методы при составлении карт. В 1671 году совместно с датским астрономом Оле Рёмером в обсерватории Ураниборг он наблюдал около 140 затмений спутника Юпитера Ио. На основе полученных данных Рёмер получил первую количественную оценку скорости света.

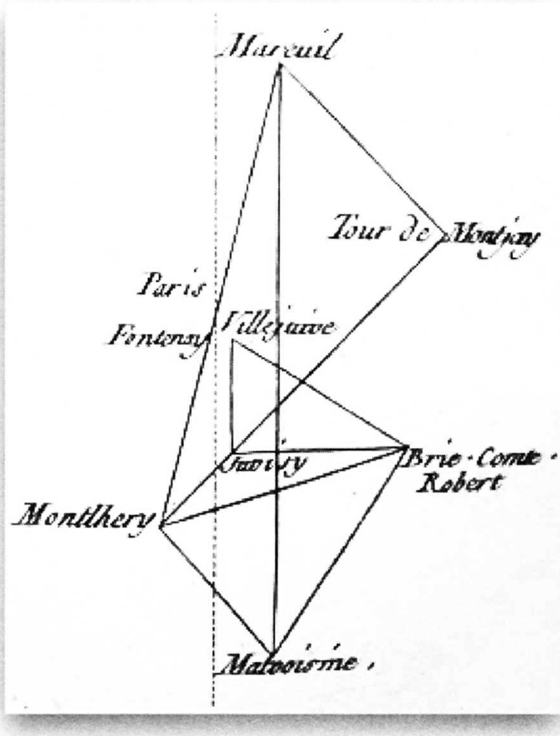
использовал подвижные квадранты, дополненные зрительными трубами, а также микрометр французского астронома Адриена Озу, обеспечивший точность измерений в несколько угловых секунд. Принцип действия микрометра основан на перемещении винта, при котором небольшие расстояния, слишком малые для прямых измерений, откладываются на измерительной шкале. При триангуляции требовалось определить разницу в высоте между точками наблюдения, а также их высоту относительно плоскости отсчета. Пикару удалось произвести нивелирование с точностью порядка 1 сантиметра на километр.

Целью Пикара было определить, сколько туазов (так называлась использованная им единица длины) составляла длина прямой линии между Мальвуазеном и Сурдоном, а также их разницу в широте, отсчитанную вдоль окружности меридиана. Таким образом, требовалось произвести два измерения: геодезическое (в туазах) и астрономическое (в градусах, минутах и секундах).

Он тщательно измерил длину прямой дороги между Вильжюифом и Жювизисюр-Орж (она составила 5663 туаза), а остальные результаты получил посредством триангуляции. В качестве единицы измерения он использовал туаз Шатле, или парижский туаз (позднее, в конце XVIII века, он был принят равным 1,949 м).

По результатам измерений длина дуги меридиана величиной в один градус составила 57 060 туазов.

Благодаря высокой точности измерительных инструментов и усовершенствованиям, которые внес Пикар, считается, что именно он первым дал достаточно точную оценку радиуса Земли. Он получил, что один градус широты равен 110,46 км, что соответствует радиусу Земли в 6328,9 км (сегодня экваториальный радиус Земли оценивается в 6378,1 км, полярный радиус — в 6356,8 км, средний радиус — в 6371 км). Данные Пикара применил Исаак Ньютон при создании своей теории тяготения.




*Пять треугольников из сети триангуляции Пикара.*

После Пикара измерения длины вдоль парижского меридиана посредством триангуляции провели Джованни Доменико Кассини (1625–1712), глава Парижской обсерватории, и его сын Жак Кассини (1677–1756), сменивший отца на его посту. Жак Кассини измерил длину дуги меридиана между Дюнкерком и Перпиньяном и опубликовал результаты в 1720 году. Позднее, в 1733–1740 годах, вместе с сыном, Цезарем Франсуа Кассини, он впервые построил сеть триангуляции, которая охватила всю страну. В 1745 году благодаря его труду появилась первая точная карта Франции.

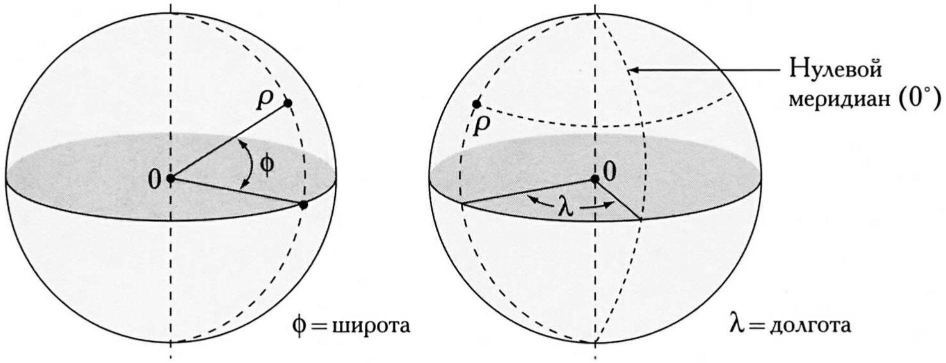
Позднее в других странах также были построены сети триангуляции. К примеру, проект триангуляции Великобритании под названием Principal Triangulation of Great Britain был начат в 1783 году, а полностью завершен лишь в середине XIX века. Первый проект по составлению точной карты Испании предложил Хорхе Хуан в 1751 году, однако первые листы Национальной топографической карты Испании увидели свет лишь в 1875 году.

## Определение местоположения и ориентирование. Навигация и задача о долготе

Чтобы определить положение точки на плоскости, можно использовать декартову систему координат с перпендикулярными осями: осью абсцисс ($x$) и осью ординат ($y$). Пара значений ($x$, $y$) однозначно определяет единственную точку плоскости. Аналогично, чтобы точно определить положение любой точки на поверхности Земли (будем считать ее сферической), достаточно знать два числа — широту и долготу (географические координаты точки). В этом случае роль осей координат будут играть экватор и большой круг, проходящий через полюса, то есть меридиан, выбранный в качестве базового (меридиан 0°).

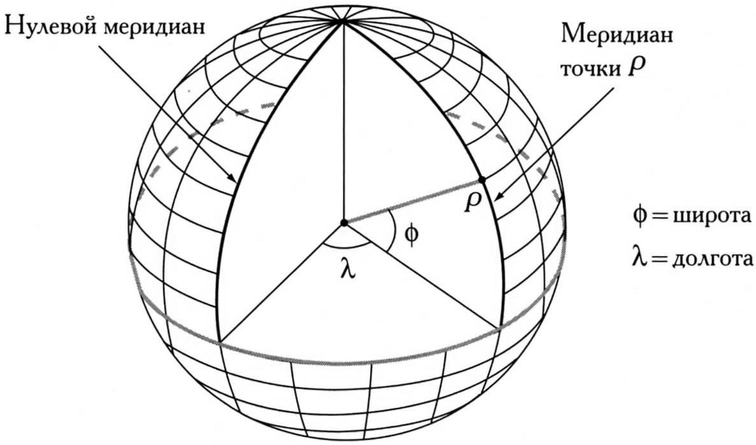
Широта точки на поверхности Земли — это угловое расстояние между экватором и этой точкой, измеренное из центра нашей планеты вдоль меридиана, проходящего через эту точку. Широта измеряется в градусах, минутах и секундах и находится на интервале от 0° до 90°. Кроме того, указывается, в каком полушарии, Северном или Южном, находится точка, к примеру 41° 24' 14'' северной широты (с.ш.). Следовательно, все точки, расположенные на одной параллели Земли (окружности круга, параллельного экватору), имеют одинаковую широту.

Широту можно вычислить астрономическими методами. Простейший метод для Северного полушария состоял в том, чтобы найти на небе Полярную звезду (Северный полюс мира) и измерить угол между визирной линией и горизонтальной плоскостью, на которой находится наблюдатель. Полученный угол и будет искомой широтой. В Южном полушарии следует действовать аналогичным образом, выбрав для наблюдений Южный крест. Существуют и другие методы определения широты днем — к примеру, можно измерить высоту Солнца над горизонтом в полдень и применить таблицы, где указано положение Солнца относительно эклиптики в день наблюдений.




*Широта и долгота точки P на сфере.*

Долгота — это значение угла между нулевым меридианом (точнее, полумеридианом), выбранным в качестве начала отсчета (0°), и меридианом, проходящим через данную точку. Этот угол измеряется из центра Земли вдоль экватора. Значения долготы лежат на интервале от 0° до 180°. Кроме того, указывается, в каком направлении от нулевого меридиана была измерена долгота — к востоку или к западу, например, 2°14'50'' западной долготы (з.д.). Следовательно, все точки, расположенные на одном полумеридиане между двумя полюсами Земли, имеют одинаковую долготу.




*Широта и долгота отсчитываются от экватора и меридиана, выбранного в качестве начала отсчета (такой меридиан называется нулевым, его долгота равна 0°).*

Сегодня нулевым меридианом обычно считается Гринвичский, но до него в качестве нулевых использовались многие другие меридианы.

Как мы уже говорили, определить широту корабля в море несложно. Также относительно просто узнать долготу корабля, если с него видна земля. Но если он находится в открытом море, то определение долготы связано с серьезными трудностями.

Эта задача обрела огромное значение после открытия Америки Христофором Колумбом. В то время долгота вычислялась приближенно, на основе расстояния, пройденного кораблем с запада на восток или наоборот. Чтобы определить скорость корабля, моряки использовали лаг, который представлял собой свободно вращающуюся катушку с намотанной на нее веревкой. На веревке через равные промежутки были завязаны узлы, а на ее конце закреплялся груз. Моряк выбрасывал лаг за корму, и когда о его руку ударялся первый узел, он давал команду, и другой моряк начинал отсчет времени при помощи песочных часов. Когда весь песок пересыпался из верхнего сосуда часов в нижний, второй моряк сообщал об этом первому, и тот указывал число ушедших за борт узлов, например, «три с половиной узла» или «шесть узлов с четвертью». Скорость судов до сих пор измеряется в узлах.

Разумеется, столь примитивный метод определения долготы сопровождался значительными ошибками, которые приводили к катастрофическим последствиям. Поэтому в XVII — начале XVIII века задача определения долготы стала стратегическим приоритетом для всех держав, имевших интересы за океаном.

Теоретически вычисление долготы можно свести к определению разницы во времени между точкой отсчета (портом отплытия или нулевым меридианом) и точкой, в которой находится корабль. Когда солнце проходит через меридиан наблюдателя (то есть меридиан корабля), то, зная точное время в точке отсчета, можно определить долготу корабля, то есть угловое расстояние до точки отсчета, а следовательно, и до нулевого меридиана. Этот метод действует благодаря тому, что разницу во времени между двумя меридианами можно пересчитать в градусы долготы. Так как Земля совершает полный оборот в 360° за 24 часа, за 1 час она поворачивается на 1/24 оборота, то есть на 15°. Если за час, то есть за 60 минут, Земля поворачивается на 15°, то разница в 4 минуты соответствует одному градусу долготы.

Следовательно, долготу можно вычислить, определив разницу во времени между двумя точками при помощи наблюдений и астрономических измерений. Была высказана идея об определении долготы по результатам наблюдений затмений, но этот метод не слишком пригоден в открытом море, да и затмения наблюдались редко.

### НАБЛЮДЕНИЕ ЗАТМЕНИЙ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДОЛГОТЫ

Допустим, что нам известно, в какое время затмение будет наблюдаться в определенном месте (на суше, в обсерватории и так далее), при этом мы находимся в открытом море. Если мы определим, когда наблюдалось затмение по местному времени, то сможем вычислить долготу места, в котором находимся. Для использования этого метода нам потребуются таблицы, где указано, в какое время произойдет затмение в определенной точке (разумеется, мы не сможем обойтись без математических расчетов). В XVI веке определять долготу по наблюдениям затмений было удобно на суше, но не в открытом море — зафиксировать измерительные приборы из-за качки было очень сложно, а главное, что затмения наблюдались редко: в год происходит от двух до пяти солнечных затмений. Если же учитывать и лунные, то в год набирается не менее двух и не более семи затмений, в среднем — четыре. За весь XX век наблюдалось 375 затмений: 228 солнечных и 147 лунных. И без того редкие затмения еще и не всегда видны: наблюдениям могут помешать неблагоприятные погодные условия.

С недостаточной частотой затмений удалось справиться благодаря открытию Галилеем спутников Юпитера в 1610 году. Луны Юпитера при вращении вокруг него скрываются из вида и появляются вновь. Эти затмения наблюдаются несколько тысяч раз в год, и их время можно точно предсказать. Этот метод действительно можно было бы применять для определения долготы, но в открытом море мешала качка, а также наблюдения можно было производить только ночью, в ясную погоду и лишь в определенное время года.

Задача определения долготы в открытом море довольно долго оставалась нерешенной. Определить местное время на корабле можно было по Солнцу. Но как узнать время в точке отсчета, не располагая достаточно точными часами? Точность хода маятниковых часов снижалась, среди прочих факторов, и из-за качки корабля, кроме того, период колебаний маятника на разных широтах отличался, и в результате часы спешили или опаздывали. Корабельные часы не могли сохранять время в порту отплытия, это было причиной существенных ошибок при определении долготы.

В 1714 году Британский парламент предложил огромную премию размером в 20 тысяч фунтов стерлингов тому, кто сможет представить метод или инструмент, позволяющий определять долготу корабля в открытом море. Премия досталась английскому часовщику Джону Гаррисону (1693—1776), который после нескольких десятилетий работы смог изготовить очень точный хронометр. В 1761 году для проверки хронометр был погружен на корабль, направлявшийся на Ямайку. Хронометр проработал 147 дней, и по возвращении в Англию отклонение составило всего 1 минуту 54 секунды. Задача определения долготы была решена. Сегодня определить точное положение корабля можно благодаря системе GPS, о которой мы поговорим в главе 6.

## Несферическая Земля. Научные экспедиции в вице-королевство Перу и Лапландию

При измерениях Земли, в том числе при измерениях Пикара, считалось, что она имеет форму идеальной сферы. Спустя несколько лет после опыта Пикара, в 1671—1673 годах, французский астроном Жан Рише (1630—1696), ассистент Джованни Доменико Кассини, совершил путешествие в Кайенну во Французской Гвиане, где сделал важное открытие: он обратил внимание, что в Кайенне колебания маятника были медленнее, чем в Париже, и первым понял, что сила тяготения Земли в разных ее частях отличается. Он сделал верный вывод: изменение силы тяготения объяснялось тем, что Кайенна находилась дальше от центра Земли, чем Париж. Когда новость об открытии достигла Европы, она вызвала большое оживление среди членов Французской академии наук. По возвращении на родину Рише приступил к изготовлению маятника, который отсчитывал бы секунды — иными словами, период колебаний маятника в Париже должен был составлять ровно одну секунду. Такие же маятники были изготовлены и в других частях земли, и оказалось, что длина маятника в зависимости от широты менялась. Согласно известным в то время теориям все указывало на то, что если сила, с которой Земля притягивает к себе маятник, в разных точках отличается, то Земля не может иметь форму идеальной сферы.

Ньютон принял во внимание результаты Рише в своих знаменитых «Математических началах натуральной философии», опубликованных в 1687 году, в которых излагались основы механики. Он предложил математическое описание формы Земли, связав его со своей гениальной теорией тяготения. Ньютон рассмотрел нашу планету как однородное жидкое тело вращения и сделал вывод: Земля должна быть сплюснутой у полюсов. По его мнению, Земля была сплюснутой на 1/230. Иными словами, если предположить, что поперечное сечение Земли — эллипс, то его большая ось будет длиннее малой оси на 1/230-ю.

В 1720 году во Франции был опубликован труд Жака Кассини «О размере и форме Земли», где опровергалась гипотеза Ньютона. Кассини подкрепил свою точку зрения результатами собственных астрономических наблюдений и геодезических измерений меридиана Коллиур — Париж — Дюнкерк (впрочем, некоторые члены Французской академии наук считали эти измерения не вполне точными). Кассини назвал доводы Ньютона спекулятивными и указал, что Земля представляет собой эллипсоид, сплюснутый у экватора. На что больше похожа Земля — на арбуз или дыню? Развернулась полемика, в которую оказались вовлечены ученые из Лондонского королевского общества и Французской академии наук. В результате дискуссия стала рассматриваться как противостояние французской и английской науки.

Чтобы положить конец спорам, Французской академией наук было принято решение измерить длину дуги меридиана, соответствующей центральному углу в один градус, в максимально далеких друг от друга точках. Для этого были организованы две научные экспедиции из астрономов, математиков, натуралистов и других ученых. Первая экспедиция, возглавляемая Пьером Луи Моро де Мопертюи (1698–1759), отправилась в Лапландию. Ее членами были Пьер Шарль Ле Монье, Алекси Клод Клеро, Шарль Этьенн Луи Камю, швед Андерс Цельсий и аббат Утье. Вторую экспедицию, которая направилась в вице-королевство Перу, на территорию современного Эквадора, возглавлял астроном Луи Годен (1704–1760). Участниками экспедиции стали географ Шарль Мари де ла Кондамин, астроном и гидрограф Пьер Бугер, ботаник Антуан Лоран де Жюссьё и испанцы Хорхе Хуан и Антонио де Ульоа. Креольский ученый Педро Висенте Мальдонадо присоединился к экспедиции в Гуаякиле. Также в экспедицию вошли часовщик Уго, инженер и рисовальщик Моренвилль, капитан фрегата Купле, хирург и ботаник Сеньерг, мастер по изготовлению инструментов Годен де Одонне, племянник Луи Годена, картограф и военный инженер Верген.

В то время вице-королевство Перу, расположенное в экваториальных Андах, было испанской территорией, поэтому участникам экспедиции пришлось просить разрешения испанской короны. Разрешение было дано с условием, что к экспедиции присоединятся два юных одаренных офицера Кадисской академии гардемаринов — Хорхе Хуан и Антонио де Ульоа.

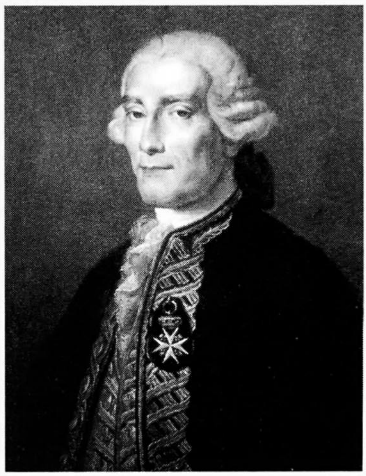
Участники экспедиции в Лапландию (1736–1737) благодаря способностям и проницательности математика Клеро получили нужные результаты относительно быстро.

При обустройстве наблюдательных пунктов им помогали шведские военные. Ученые проводили триангуляцию во время длинных летних дней и охватили расстояние в 100 километров между городами Киттис и Торнео. Астрономические измерения производились весной и осенью, когда ночи были уже достаточно длинными и в то же время не слишком холодными. Основание триангуляции было измерено по замерзшему руслу реки. Итоговый результат измерений, проведенных членами экспедиции Мопертюи, был таков: на средней широте 66°20' длина дуги меридиана величиной в один градус равнялась 57 438 туазам. Если сравнить этот результат с результатом измерений Пикара, проведенных близ Парижа на широте около 48° (57 060 туазов), то станет очевидно, что Земля представляет собой сфероид, сплюснутый у полюсов.

*Гониометрические измерения при триангуляции.*
*Иллюстрация к роману Жюля Верна «Приключения троих русских и троих англичан в Южной Африке».*

Экспедиция в Америку, в свою очередь, растянулась на десять лет и превратилась в настоящую эпопею. Участники отправились в путь из Ла-Рошели весной 1735 года и прибыли в Кито год спустя. Им пришлось столкнуться с самыми разными проблемами: помимо постоянных ученых споров, членам экспедиции мешали суровый климат, сложный рельеф, многочисленные финансовые неурядицы, а в 1741 году им и вовсе пришлось разделиться на две группы. Измерения и триангуляция были особенно сложными ввиду особенностей рельефа Анд и большой высоты, превышавшей 4 тысячи метров. Ученые решили построить масштабную триангуляцию из 43 треугольников, чтобы охватить отрезок протяженностью в 354 километра и измерить дугу меридиана величиной не в 1°, а в 3°. Бугер (1749) определил, что длина дуги меридиана величиной в один градус равна 56 763 туаза, а Хуан и Ульоа (1748), равно как и ла Кондамин (1751) получили результат в 56 768 туазов. Если вспомнить аналогию с арбузом или дыней, которую предложил Вольтер, то можно сказать, что Земля представляет собой скорее арбуз. Результаты измерений и математических расчетов, казалось, подтвердили правоту Ньютона.

### ХОРХЕ ХУАН И КОРОЛЕВСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ В САН-ФЕРНАНДО (КАДИС)


*Хорхе Хуан и Сантасилья. Морской музей Мадрида.*

Испанский мореплаватель Хорхе Хуан и Сантасилья (1713–1773), участвовавший в экспедиции по измерению дуги меридиана на экваторе, внес весомый вклад в развитие испанской науки в XVIII веке. Следы его трудов сохранились до наших дней — он, среди прочего, основал Королевскую обсерваторию в Сан-Фернандо (Кадис) в 1757 году. Современный Королевский институт и обсерватория военно-морских сил — не только сердце астрономических и геодезических исследований, но и научно-исследовательский и культурный центр, находящийся в ведении испанской армии. Сотрудники центра занимаются вычислением эфемерид, определением точного времени, публикуют морские астрономические ежегодники и результаты метеорологических, сейсмических и магнитных наблюдений. Институт отвечает за определение официального испанского времени (всемирное координированное время, или UTC) и за хранение эталонов официальных единиц измерения Испании.

Глава 5

# Измерение метра

В этой главе мы совершим краткий экскурс в историю метра. Сначала мы расскажем, как производились измерения в XVIII веке, с какими трудностями было сопряжено использование множества единиц измерения, а также в каких исторических обстоятельствах появилась универсальная система мер. Мы укажем, какими свойствами должна была обладать новая единица длины, перечислим высказанные предложения и объясним, почему в конечном итоге было принято решение определить новую единицу длины по результатам измерений дуги меридиана. Вы узнаете о математических методах (триангуляции) и измерительных инструментах (повторительном круге Борда), которые использовались при реализации этого проекта, а также о его руководителях (Жан-Батист-Жозефе Деламбре и Пьере Мешене). Кроме того, мы расскажем о приключениях и злоключениях, которые пришлось пережить участникам геодезических экспедиций. В конце главы мы опишем, как проходило распространение метрической системы, а также упомянем некоторые конфликты, связанные с ней.

## Потребность в универсальной мере длины

Мы привыкли, что расстояния на указателях автомобильных дорог приводятся в километрах, растительное масло мы отмеряем в литрах, а картофель — в килограммах, но в XVIII веке этих единиц измерения не существовало. Одни и те же величины измерялись разными единицами в зависимости от страны, региона и даже населенного пункта, поэтому при въезде в некоторые города указывались принятые в них официальные единицы измерения.

Приведем несколько примеров единиц длины: вара в Валенсии равнялась примерно 0,906 м, в Теруэле — 0,768 м. Купив несколько вар ткани в Валенсии и продав ее по той же цене в Теруэле, можно было получить прибыль в 18 %. Испанская лига равнялась 5572 м, французская — 3898 м (между прочим, лига упоминается в романе «Дон Кихот» 64 раза). Футы также заметно отличались: испанский равнялся 0,278 м, французский — 0,324 м. Фут — особая единица длины, так как он имеет отношение к испанской железной дороге: согласно королевскому указу от 1844 года, ширина колеи железной дороги равняется 6 испанским футам ($6 \times 0,278 = 1,67$ м). Ширина колеи современных железных дорог в Европе, установленная по образцу английской колеи, равняется 4 английским футам и 8,5 дюймам (1,43 м). Фунт также существовал во множестве вариантов: до учреждения метрической системы в Европе эта единица измерения существовала в 391 варианте.

**КАК ЖЕ МНОГО ЭТИХ ФУТОВ!**

Чтобы продемонстрировать, насколько могли отличаться одни и те же единицы измерения, приведем пример антропоморфной меры — фута, который использовался во многих странах, и его соотношение с метром.

| | |
|---|---|
| Испанский фут | 0,278 м |
| Французский фут | 0,324 м |
| Рейнский фут | 0,314 м |
| Римский фут | 0,297 м |
| Амстердамский фут | 0,283 м |
| Швейцарский фут | 0,300 м |
| Английский фут | 0,304 м |
| Русский фут | 0,305 м |
| Египетский фут | 0,225 м |
| Австрийский фут | 0,316 м |

Обилие единиц измерения и различия между ними в разных регионах затрудняли торговлю и вызывали огромные проблемы при перевозке грузов. Их унификация стала одной из целей Великой французской революции. 9 февраля 1790 года Клод-Антуан Приёр-Дювернуа (1763–1832) по прозвищу Приёр из Кот-д'Ор, военный инженер, отвечавший за реквизирование оружия и боеприпасов на нужды революции, подал по этому поводу петицию в Национальное собрание Франции.

Проект по определению универсальных единиц измерения способствовал не только социальному прогрессу — научное сообщество также видело необходимость определения универсальных мер, и Французская академия наук сыграла в реализации проекта немалую роль. Единицы измерения должны были использоваться для измерения различных величин, которые с точки зрения физики определялись как общие характеристики различных объектов и веществ, например вина и масла. Если требовалось измерить количество вина и масла, то не имело смысла использовать две разные единицы измерения, так как оба этих вещества являются жидкостями — достаточно одной, общей единицы. Спустя несколько лет была введена такая единица измерения — литр.

Одна из основных физических величин — это длина, которая является общей характеристикой для множества объектов и позволяет определить их размеры. Существовало множество мер длины, и казалось логичным начать с определения общей единицы измерения длины. Кроме того, требовались точные инструменты — как для измерения эталона длины, так и для изготовления необходимого числа его копий. Для реализации проекта были все условия: совершенные ранее открытия позволяли изготовить очень точные измерительные инструменты.

При определении требований к новым универсальным единицам измерения решающую роль сыграли идеи равенства, провозглашенные французской революцией. Этих требований было три: во-первых, новые единицы измерения были обязательными к применению во всех странах, во-вторых, они должны были быть неизменными, в-третьих, они не должны были быть антропоморфными.

## Выбор меридиана

Какими свойствами должна была обладать новая мера длины? Какие предложения звучали и как было принято окончательное решение? Наконец, почему было решено измерить длину дуги меридиана и какую именно? Ответы на эти вопросы были получены по результатам трех экспедиций, организованных с целью установления метра как универсальной единицы измерения расстояния.

### Свойства новой меры длины

Согласно постановлению Французской академии наук, требовалось найти меру длины, которая бы определялась на основе некоего явления природы, так как природа считалась неизменной и принадлежащей всему человечеству. Таким образом удалось бы обеспечить стабильность новой меры и ее неизменность с течением времени. Но какое явление природы могло стать основой для такой единицы измерения при соблюдении вышеуказанных условий? Было рассмотрено три варианта: первый — длина маятника, второй — длина дуги экватора, третий — длина дуги меридиана.

Какие размеры должна была иметь новая мера длины, чтобы ее было удобно использовать в обычной жизни? В качестве отправной точки была выбрана мера, равная половине туаза. Таким образом, три приведенных выше варианта уже можно было рассмотреть подробнее. Этим занялась комиссия Французской академии наук по просьбе Национального собрания.

## Три предложения

8 мая 1790 года, спустя три месяца после того, как Приёр из Кот-д'Ор предложил определить универсальную меру длины, Национальное собрание на своем специ-

### ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ В ДЕСЯТИЧНОЙ И ДРУГИХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Эффективность десятичной системы счисления по сравнению с другими четко проявляется при выполнении расчетов. Так, чтобы найти сумму двух длин, к примеру 3 м + 7 см = 3,07 м или 307 см, в десятичной системе, достаточно перевести одну единицу измерения в другую, умножив или разделив ее на 10 нужное число раз (отсюда и название). Сумму 1 ч 35 мин + 42 мин, напротив, нельзя записать в виде 1 ч 77 мин — правильным ответом будет 2 ч 17 мин, поскольку соотношение между часами и минутами равно не 10 в какой-либо степени, а 60.

В системах счисления, отличных от десятичной, также сложнее выполнять действия с дробями. Рассмотрим $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$. В десятичной системе

$$\frac{3}{4}\text{ метра} = 0{,}75\text{ м}\ \left(\frac{3}{4}=0{,}75=\frac{75}{100}\right),$$

или 75 см, а $\frac{3}{4}$ часа = 45 мин, что уже нельзя выразить ни как 75 мин, ни как 7,5, ни какой-либо еще дробью со знаменателем 10, 100 и так далее, так как в этом случае $\frac{3}{4}=\frac{45}{60}$.

Хотя соотношения между часами, минутами и секундами описываются не десятичной, а шестидесятеричной системой счисления, использовать ее сравнительно просто, поэтому она и сохранилась до наших дней. Пересчет других единиц измерения в иных системах счисления был намного сложнее, так что с введением метра эти единицы измерения ушли в прошлое.

альном заседании обсудило различные варианты. Прозвучало два важных доклада, в которых обосновывалась необходимость проведения метрической реформы и определения новой меры длины на основе длины маятника. Шарль Морис де Талейран, председатель собрания и епископ Отёна, предложил считать эталоном длины маятник, отсчитывавший секунды на широте 45°. Во втором докладе, прочитанном самим Приёром из Кот-д'Ор, указывалось, что новая система мер должна быть десятичной. Приёр разделил маятник на три равные части длиной в один фут и описал следующую десятичную систему: фут равнялся 10 дюймам, дюйм — 10 линиям.

Заслушав все доклады, собрание поручило Академии наук изучить высказанные предложения и определить, как следует провести реформу системы мер. Академия, в свою очередь, организовала комиссию, куда вошли самые известные ученые того времени: Пьер-Симон Лаплас, Жозеф Луи Лагранж, Жан-Шарль де Борда, Гаспар Монж и Никола де Кондорсе. 19 марта 1791 года комиссия опубликовала доклад, где были представлены три варианта меры длины, пригодной во все времена и для всех народов:

— длина маятника, половина периода колебаний которого равна одной секунде на 45° широты;
— четвертая часть экватора;
— четвертая часть меридиана.

## Окончательное решение

Французская академия наук поддержала десятичную систему, предложенную Приёром, и склонилась к тому, чтобы из трех предложенных вариантов выбрать в качестве новой единицы измерения длину меридиана. После публикации доклада Академии наук окончательное решение оставалось за Национальным собранием. 26 марта 1791 года Национальное собрание утвердило решение Академии наук и выбрало третий вариант из предложенных. Собрание постановило: «Единицей измерения длины станет четвертая часть земного меридиана, а общеупотребительной мерой длины — десятимиллионная ее часть». На том же заседании было утверждено название новой единицы измерения — «метр» (от древнегреческого μέτρον — «мера»).

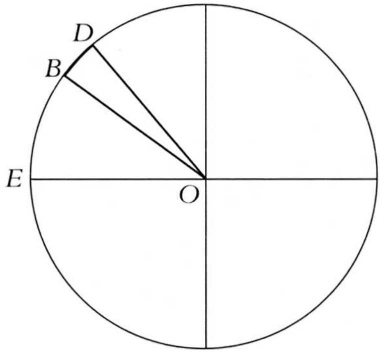
Почему Академия наук определила метр на основе длины земного меридиана? К тому времени уже было получено несколько достаточно точных оценок его длины, однако требовалось реализовать намного более масштабный проект, который позволил бы добиться высокой точности измерений, необходимой для определения новой меры. Зачем нужно было начинать намного более дорогостоящий проект, чем тот, в котором метр определялся на основе маятника? Решение комиссии вызвало возмущение некоторых государственных деятелей, в числе которых был и Жан-Поль Марат. Академия наук к тому моменту неоднократно отвергла его научные труды, большинство из которых было посвящено физике.

Комиссия отказалась от измерения экватора, так как производить измерения в малоизвестных областях было затруднительно. Ученые еще помнили, с какими трудностями столкнулась экспедиция в вице-королевство Перу. И все же: почему не маятник — сравнительно удобный и дешевый вариант? Комиссия указала, что единица измерения длины не может зависеть от единицы измерения времени и силы тяготения. Является ли время более «базовой» физической величиной, чем длина? Со временем эти противоречия оказались забыты: в последующих определениях метра, которые точнее соответствовали новым требованиям науки и техники, эти две величины оказались связаны воедино, о чем мы еще расскажем.

По мнению некоторых историков, причина заключалась в том, что один из членов комиссии, Борда, создал очень точный инструмент для измерения углов. Измерение меридиана в конечном счете доказало бы эффективность этого инструмента, и его можно было бы использовать для топографических и астрономических расчетов.

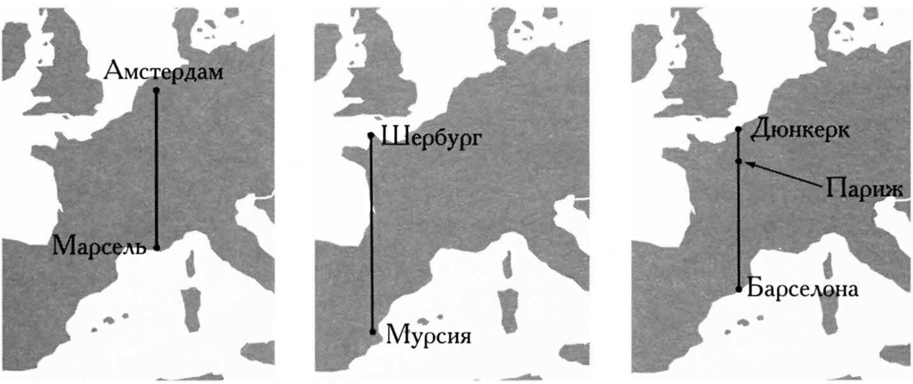
## Выбор дуги меридиана

Так как измерить длину четверти меридиана от Северного полюса до экватора невозможно, была предпринята попытка измерить максимально возможную дугу меридиана по суше и экстраполировать результаты. Чтобы компенсировать воздействие рельефа и неидеальной формы Земли, следовало выбрать дугу меридиана вблизи 45-й параллели, такую, что ее концы находились бы на уровне моря, а в середине не было бы высоких гор. Таким образом, требовалось обойти два крупнейших горных хребта Европы — Альпы и Карпаты.




*На иллюстрации изображена дуга меридиана, на основе которой был определен метр. Буквой E обозначен экватор, B — Барселона, D — Дюнкерк.*

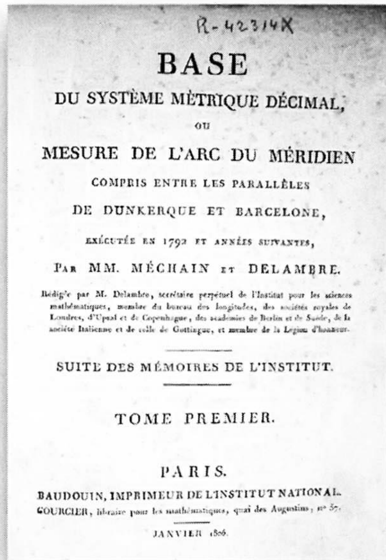
Были рассмотрены три варианта: Амстердам — Марсель, Шербург — Мурсия и Дюнкерк — Барселона.




В итоге был выбран третий вариант, так как ранее, в 1739 году, на этом меридиане уже были проведены частичные измерения — так, было измерено расстояние от Дюнкерка до Перпиньяна. Возможно, на решение повлияло и то, что на этом меридиане находился Париж, и именно по этой причине от участия в проекте в 1791 году отказались англичане, которые ранее были готовы сотрудничать.

В апреле 1791 года комиссия Французской академии наук поручила реализацию проекта Жан-Батист-Жозефу Деламбру, Жану Доминику Кассини, Адриен-Мари Лежандру и Пьеру Мешену. Преданный королю Кассини отказался сотрудничать с революционным правительством, заключившим под стражу короля Людовика XVI. 15 февраля 1792 года Деламбр был единогласно избран членом Академии наук. В мае 1792 года, после того как Кассини окончательно отказался участвовать в проекте, Деламбру было поручено возглавить экспедицию на север, из Родеза в Дюнкерк, Мешену — экспедицию на юг, из Родеза в Барселону.

В январе 1806 года, уже после смерти Мешена, Деламбр закончил работу над трехтомным трудом, где были изложены все полученные им данные, условия наблюдений и расчеты, выполненные в ходе триангуляции. Труд носил название «Основы метрической десятичной системы, или Измерение дуги меридиана, заключенной между параллелями Дюнкерка и Барселоны. Выполнено в 1792 и следующих годах Мешеном и Деламбром».


R-42314X

BASE
DU SYSTÈME MÉTRIQUE DÉCIMAL,
OU
MESURE DE L'ARC DU MÉRIDIEN
COMPRIS ENTRE LES PARALLÈLES
DE DUNKERQUE ET BARCELONE,
EXÉCUTÉE EN 1792 ET ANNÉES SUIVANTES,
PAR MM. MÉCHAIN ET DELAMBRE.

Rédigée par M. Delambre, secrétaire perpétuel de l'Institut pour les sciences mathématiques, membre du bureau des longitudes, des sociétés royales de Londres, d'Upsal et de Copenhague, des académies de Berlin et de Suède, de la société Italienne et de celle de Gottingue, et membre de la Légion d'honneur.

SUITE DES MÉMOIRES DE L'INSTITUT.

TOME PREMIER.

PARIS.
BAUDOUIN, IMPRIMEUR DE L'INSTITUT NATIONAL.
GOURCIER, libraire pour les mathématiques, quai des Augustins, nº 57.

JANVIER 1806.

*Обложка книги Мешена и Деламбра.*

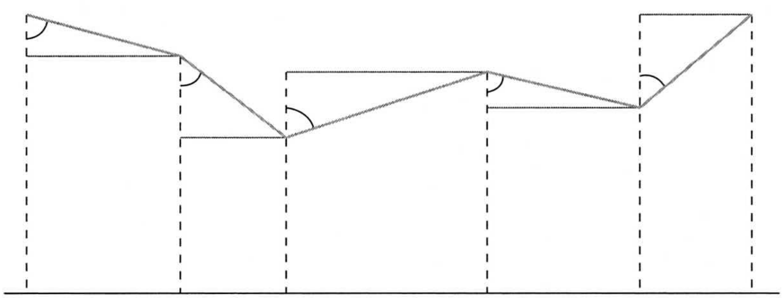
## Триангуляция — математическая основа измерения

Два столетия назад измерение дуги меридиана по суше было непростым делом. Измерения производились косвенно и по частям, для этого строилась сеть смежных треугольников, которая покрывала требуемый участок. После построения этой сети треугольников достаточно измерить длину одной стороны треугольника и величины двух прилежащих к ней углов, после чего посредством вычислений можно будет найти стороны всех треугольников в сети. Затем на основе построений в результате новых вычислений определяется длина дуги искомого меридиана. Этот метод называется триангуляцией и используется для измерения площади поверхностей неправильной формы, которые разбиваются на треугольники. Мы подробно описывали его в разделе «Измерение дуг меридианов посредством триангуляции» предыдущей главы.

Сначала отрезок, называемый основанием, измеряется по суше с максимально возможной точностью. Затем строится воображаемый треугольник. Двумя его вершинами будут концы основания, третьей — точка, как правило, находящаяся на возвышении. Она выбирается так, чтобы из каждой вершины треугольника были видны две другие и можно было измерить все три угла треугольника. Зная сторону и углы треугольника, можно вычислить две оставшиеся его стороны, которые, в свою очередь, станут основаниями двух других треугольников. Зная длины этих сторон и измерив углы новых треугольников, можно будет вычислить их стороны, которые станут основаниями новых треугольников. Таким образом, получается последовательность треугольников с известными сторонами. Вершины этих треугольников, называемые геодезическими пунктами, обычно располагаются на возвышениях (на горных вершинах, колокольнях и так далее).

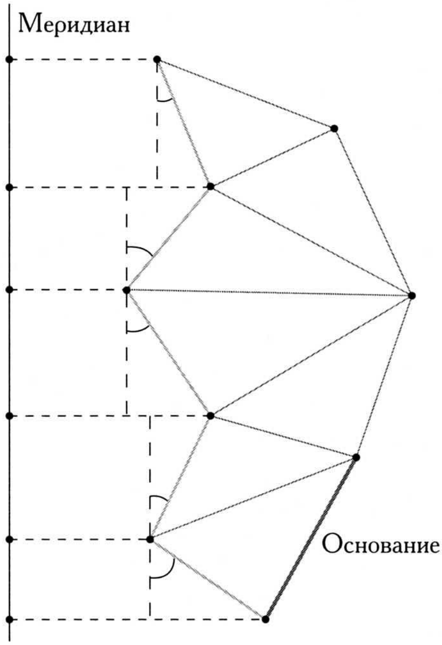
Построенная таким образом последовательность треугольников обладает двумя недостатками: треугольники не располагаются в одной плоскости, а их стороны не сонаправлены с меридианом (мы уже отмечали, что сеть треугольников всего лишь покрывает рассматриваемую дугу меридиана). Следовательно, необходимо построить проекции двух видов, что несколько усложняет расчеты.

Во-первых, стороны треугольников необходимо спроецировать на общую плоскость отсчета. Для этого используется зенитный угол — угол между вертикалью в точке и стороной треугольника, проекцию которого необходимо построить (см. следующий рисунок).



*Проекция сторон треугольника на общую горизонтальную плоскость.*

Во-вторых, некоторые стороны необходимо спроецировать на меридиан так, чтобы в сумме они покрыли его полностью. Для этого используется так называемый азимутальный угол — между меридианом и стороной треугольника, проекцию которой мы хотим построить.




*Проекция сторон, покрывающих меридиан.*

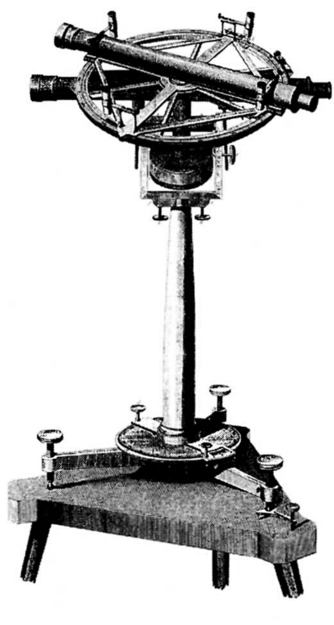
На суше необходимо определить геодезические пункты — вершины треугольников, которые должны быть видны как минимум из трех других пунктов. Из геодезических пунктов составляется последовательность треугольников, покрывающих меридиан. При триангуляции необходимо последовательно переходить от одного геодезического пункта к другому и измерять горизонтальные углы между соседними пунктами. Далее требуется определить длину стороны одного из треугольников (основание) посредством измерений по суше. Длина основания используется для вычисления длин всех сторон смежных треугольников. Так определяется расстояние вдоль дуги меридиана от самого северного до самого южного геодезического пункта. Так как измерение угловых расстояний производится с возвышений, необходимо привести все значения к некоторому общему треугольнику, расположенному на плоскости отсчета, как показано на иллюстрации на предыдущей странице.

## Измерительные инструменты и точность измерений

Триангуляция требует максимальной точности при измерении основания (длины начального отрезка, на основе которой вычисляются длины сторон всех остальных треугольников) и величин углов смежных треугольников. Чтобы гарантировать точность измерений и избежать накопления ошибок при дальнейших расчетах, важно иметь точные измерительные инструменты и гарантировать, что геодезические пункты четко видны.

Для измерения основания Мешен и Деламбр использовали четыре линейки длиной в два туаза каждая (один туаз равен 1,949 м). Каждая линейка была покрыта слоем платины и меди — так можно было проконтролировать изменение размеров материалов в зависимости от температуры при каждом измерении. Чтобы обеспечить точность измерений, использовалась типографская линейка, показания с которой считывались при помощи лупы. Кроме того, применялись особые устройства, позволявшие укладывать несколько линеек точно в линию и на одном уровне.

Капитан военного корабля и физик-экспериментатор Жан-Шарль де Борда (1733–1799) изобрел оптический прибор для измерения углов — повторительный круг Борда. Этот прибор изготовил Этьен Ленуар, который в то время считался лучшим конструктором измерительных приборов во всей Франции. Повторительный круг Борда позволял измерять один и тот же угол несколько раз без необходимости перемещать прибор. Для измерения углов между геодезическими пунктами требовалось обеспечить оптимальную видимость, что в значительной мере зависело от погодных условий. В некоторых случаях для улучшения видимости применялись лампы, наполненные китовым жиром.



*Повторительный круг Борда.*

Естественным образом возникает вопрос: какой точности измерений удалось добиться? Были измерены два основания: одно, между Льёэном и Мелёном, — непосредственно для расчетов, второе, между городами Верне и Салз на юге Франции, возле побережья — для проверки результатов. Длина первого основания составила 6075,90 туаза (11,8 км), длина второго — 6006,249 туаза (11,7 км). Длина второго основания, вычисленная на основе первого с использованием сети из 53 треугольников общей протяженностью в 640 км, составила 6006,089 туаза. Ошибка оказалась равной всего 0,16 туаза, то есть 30 см.

## Измерение дуги меридиана Дюнкерк — Барселона

### Первая экспедиция

Первую и самую известную экспедицию (1792—1799) возглавляли астрономы Жан-Батист-Жозеф Деламбр и Пьер Мешен — ученики Жозефа Жерома Лаланда. Деламбр и Мешен отправились в путь в июне 1792 года. Деламбр, отвечавший за измерение северной части меридиана, выбрал в помощники астронома по имени Мишель Лефранфе, племянника Лаланда, изготовителя инструментов Бенджамита Белле (он был учеником Этьена Ленуара) и слугу по имени Мишель.

#### ЖАН-БАТИСТ-ЖОЗЕФ ДЕЛАМБР (1749, АМЬЕН — 1822, ПАРИЖ)

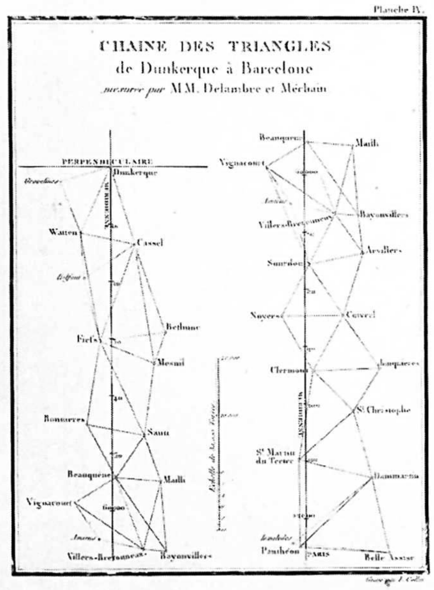
Жан-Батист-Жозеф Деламбр был одним из десяти первых членов комиссии, ответственной за определение метра, созданной 7 Мессидора III года по революционному календарю (25 июня 1795 года по современному календарю). В состав комиссии также входили Лагранж, Лаплас, Лаланд, Мешен, Кассини, Бугенвиль, Борда, Бюаш и Кароше.

После смерти Мешена в 1804 году Деламбр был назначен главой Парижской обсерватории, эту должность он занимал до самой смерти в 1822 году. В 1809 году работа Деламбра об измерении меридиана была удостоена премии Французской академии наук за лучшую научную публикацию десятилетия.

Его перу принадлежат несколько трудов по истории астрономии, в которых особое внимание уделено математическим расчетам: «История астрономии»(1817), «История астрономии в Средние века» (1819) и «Современная история астрономии в 6 томах» (1821). Последний том «Современной истории...» под названием «История астрономии в XVIII веке» был опубликован уже после смерти Деламбра его учеником Клодом Матьё.

Крайне скрупулезный Мешен отвечал за измерение южной части меридиана (Каркасон — Пиренеи — Кампродон — Пуигсакальм — Матагаллс — Барселона). С ним в путь отправились военный инженер и картограф Жан Жозеф Траншо, изготовитель инструментов Эстевени, учившийся вместе с Ленуаром, и слуга по имени Лебрен. В начале июля 1792 года участники экспедиции достигли Пиренеев, а в октябре добрались до Барселоны. Вся сеть триангуляции изображена в первом томе книги, написанной Деламбром несколько лет спустя.

К чисто геодезическим проблемам прибавились и другие трудности. 1 мая 1793 года Мешен с каталонским ученым Франсеском Сальвой отправился в пригород Барселоны, чтобы понаблюдать за установкой водяного насоса. В результате несчастного случая рычаг длиной почти в два с половиной метра ударил Мешена в грудь и отбросил его к стене; бездыханный Мешен свалился на землю. Доктор Франсеск Сантпонф, лучший хирург города, установил: у ученого раздавлена правая сторона груди, расплющены ребра, в нескольких местах сломана ключица. Даже полгода спустя он по-прежнему не мог пошевелить правой рукой, но, к счастью, позже полностью оправился.




*Фрагмент сети триангуляции между Дюнкерком и Родезом, куда входит Париж. Иллюстрация из книги Мешена и Деламбра.*

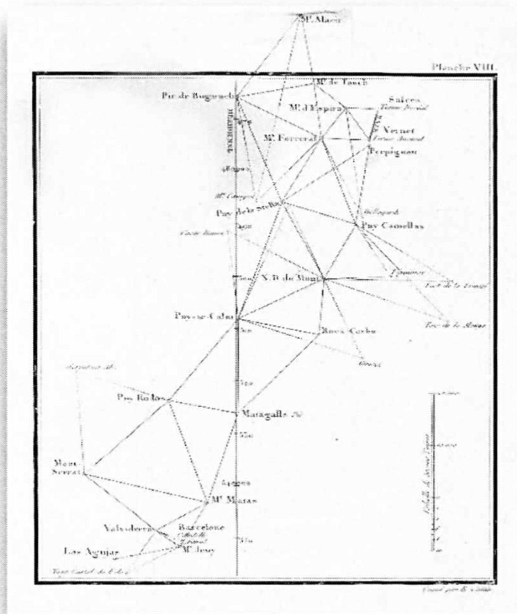
## ПЬЕР ФРАНСУА АНДРЕ МЕШЕН (1744–1804)

Пьер Франсуа Андре Мешен начал обучаться математике в Париже, но из-за финансовых трудностей ему пришлось оставить учебу и давать частные уроки. С ранних лет он занялся исследованиями в области астрономии и географии. Мешен посвятил жизнь тщательным астрономическим наблюдениям. Именно благодаря этому кропотливому труду он был назначен ответственным за измерение южной части дуги меридиана, от Родеза до Барселоны. С 1771 по 1774 год он вместе с Шарлем Мессье (1730–1817) занимался астрономическими наблюдениями и составлением каталогов небесных тел. Целью наблюдений Мессье были кометы. Чтобы отличить их от других небесных тел, он начал составлять длинный перечень астрономических объектов, часть из которых была открыта Мешеном. Сперва перечень содержал около 40 объектов, но позднее, при содействии других астрономов, разросся до сотни. Этот каталог сегодня известен как каталог Мессье. К удовольствию любителей астрономии, все перечисленные в нем объекты видны на небе в бинокль или небольшой телескоп. В каталоге, разумеется, приведены только объекты, видимые в Северном полушарии, начиная от Северного полюса и заканчивая примерно 35-й параллелью.

В 1793 году казнь Людовика XVI привела к войне между Францией и Испанией, что также задержало экспедицию.

После завершения триангуляции на территории Испании Мешен попытался вернуться во Францию, но военное командование запретило ему покидать страну. Закрытым для него оказался и замок Монжуик, откуда он ранее производил наблюдения. Мешен провел новые наблюдения из пансионата на улице Эскуделлерс, в котором он остановился, и обнаружил в результатах наблюдений, произведенных с Монжуика, возможную ошибку в 3,24''. Эта ошибка не давала ему покоя до самой смерти. Ученый задержался в Барселоне с июня по ноябрь 1794 года, когда ему наконец разрешили вернуться во Францию.

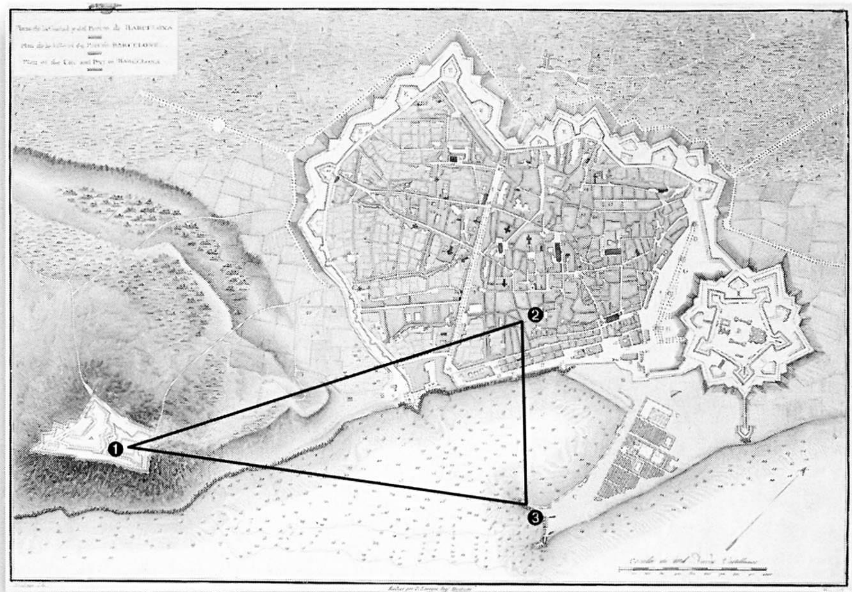
Как и Мешен, Деламбр во Франции также столкнулся с рядом трудностей. Как правило, жители городов и деревень, где проходила сеть триангуляции, не понимали, что задумали эти господа, которые среди ночи подавали с колоколен или горных вершин видимые издалека сигналы. Эти сигналы подавались для того, чтобы избежать некоторых погрешностей измерения, возникавших днем, однако местные крестьяне принимали ученых за шпионов и порой разрушали их конструкции и даже забрасывали исследователей камнями.



*Триангуляция в Каталонии. Иллюстрация из книги Мешена и Деламбра.*

## Вторая экспедиция

Целью второй экспедиции (1803—1804) было продолжение измерений меридиана вплоть до Балеарских островов, в частности до острова Форментера. Решение об организации экспедиции было принято на заседании Бюро долгот 31 августа 1802 года. Вызвано оно было несколькими причинами. Во-первых, чем больше длина дуги меридиана, тем точнее измерения. Во-вторых, при продолжении дуги ее центр оказался бы примерно на 45-й параллели, таким образом, уменьшалась возможная погрешность, вызванная сплюснутой формой Земли. Мешен, который в то время возглавлял Парижскую обсерваторию, настоял на том, чтобы возглавить экспедицию — возможно, ему не давала покоя ошибка, допущенная во время измерений в Барселоне.




*Последняя триангуляция, выполненная Мешеном в Барселоне. 1. Башня клятвы вассалов замка Монжуик. 2. Старинный пансион «Золотой фонтан» (улица Эскуделлерс). 3. Часовая башня в порту.*

*Часовая башня в порту Барселоны — один из геодезических пунктов последней триангуляции, выполненной Мешеном.*

И он действительно возглавил эту экспедицию в Испанию, которая стала для него уже второй. Сопровождали Мешена военный инженер Дезош, бывший ученик Жан-Батист Ле Шевалье, который до этого прожил год в Мадриде, и 18-летний сын Огюстен. Отряд прибыл в Барселону 5 мая 1803 года. В Барселоне к экспедиции присоединились капитан фрегата «La Prueba» Энриле, а также заместитель главы Мадридской обсерватории Жозе Каиш. Мешен долго ждал разрешения отправиться на острова, но безуспешно. Тогда он решил подобрать новые геодезические пункты на побережье к югу от Барселоны до района Монсия и осенью провел триангуляцию из Барселоны до различных точек в соседних районах, в частности Гарраф и Монсеррат. На побережье он измерил пять треугольников.

В начале ноября ученый вновь оказался в Барселоне, где наконец смог получить паспорт, но когда фрегат «La Prueba», который должен был доставить его к островам, вошел в порт Барселоны, оказалось, что половина команды больна желтой лихорадкой, и судно должно пройти карантин. Рискуя заразиться, капитан Энриле решил вернуться на корабль. В это время Ле Шевалье отправился на юг Испании в поисках древностей, а Каиш убыл в Мадрид. Они оба боялись эпидемии желтой лихорадки, а кроме того, Мешен всячески ограничивал их помощь и не позволял им работать с повторительным кругом.

Чтобы заменить отсутствующих помощников, Мешен обратился за помощью к монаху-тринитарию по имени Агусти Канельес, который представился астрономом. Канельес был уверен в своих знаниях и очень хотел принять участие в исторической экспедиции, так что испанские власти официально назначили его помощником французского астронома.

8 января 1804 года Мешен отплыл на остров Ивиса. Он посетил Ивису и Мальорку, после чего вернулся на Пиренейский полуостров. В августе 1804 года ученый провел измерения на горе Пуиг близ Беникасима и в городе Кастельон-де-ла-Плана. Однако Канельес случайно допустил несколько ошибок в записях, и в результате один из сигналов оказался расположен неверно. Чтобы исправить неточность, потребовалось две недели. Скорее всего, именно в это время Мешен подхватил «перемежающуюся лихорадку» (малярию), от которой 20 сентября умер в Кастельоне. Тогда же заболел и Канельес.

*Вид города Беникасим с горы Пуиг в провинции Кастельон.*

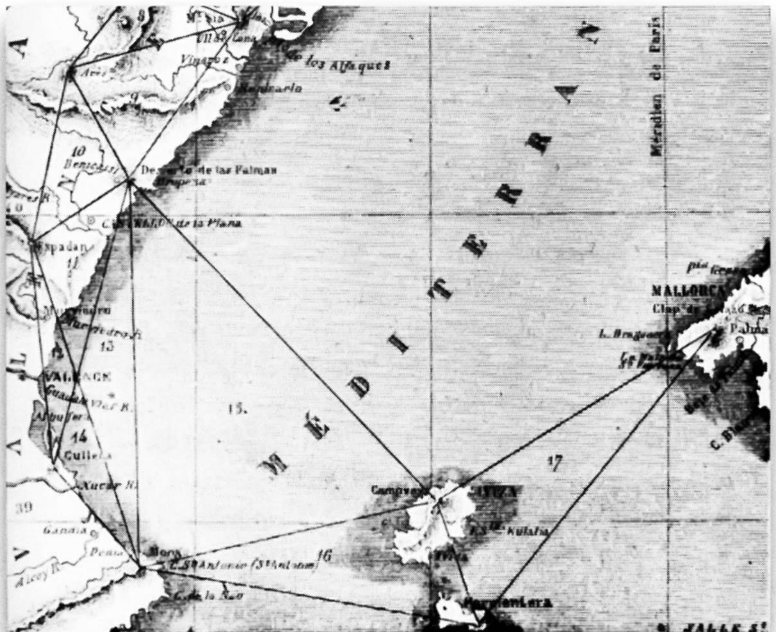
## Третья экспедиция

Наконец, состоялась и третья экспедиция (1806—1808), в которой участвовали Био и Араго. В 1805 году математик Пьер-Симон Лаплас предложил Бюро долгот продолжить измерение дуги меридиана до Балеарских островов. Астроному Жан-Батисту Био и юному Франсуа Араго, который был секретарем Парижской обсерватории, было поручено продолжить триангуляцию, начатую Мешеном и не завершенную по причине его безвременной кончины.

В сентябре 1806 года Био и Араго отправились в путешествие в королевство Валенсия. Испанские власти поручили Жозе Каишу (валенсийский астроном и математик, который стал заместителем главы Мадридской обсерватории), участвовавшему в прошлой экспедиции Мешена, и Хосе Родригесу Гонсалесу (галисийский математик, профессор университета Сантьяго) сопровождать членов экспедиции и участвовать в геодезических измерениях. Также в экспедиции участвовал лейтенант флота Манель Вакаро — капитан корабля, который испанские власти предоставили в распоряжение ученых.

Когда участники экспедиции производили измерения в пустыне Лас-Пальмас, как раз в том месте, где заразился лихорадкой Мешен, Жан-Батист Био также заболел и попросил помощи у Антони Марти Франкеса, ученого из Альтафульи (провинция Таррагона), который приютил Био у себя дома, пока тот не выздоровел. В январе 1808 года Био вернулся во Францию, привезя с собой результаты измерений 11 треугольников. Араго принял у него эстафету.

Последний проект Араго заключался в построении сети внутренней триангуляции между Мальоркой и Питиусскими островами, которая должна была охватить острова Мальорка, Ивиса и Форментера. Построение этой сети помогло ученым измерить длину дуги меридиана величиной в три градуса и получить более точные сведения о форме Земли. В апреле 1808 года Араго прибыл на Мальорку и в мае разбил лагерь на горе Мола-де-с'Эсклоп для проведения последних измерений.




*Триангуляция Балеарских островов.*

27 мая, в тот самый день, когда Араго проводил последние измерения, на Мальорку прибыли известия о начале Пиренейской войны, что весьма осложнило дело. Как писал сам Араго в автобиографии под названием «История моей юности», благодаря отваге и знанию каталанского языка ему удалось избежать неприятностей.

## ПАМЯТНИК НА ПЛОЩАДИ ГЛОРИАС В БАРСЕЛОНЕ

В честь 200-летней годовщины измерения дуги меридиана Дюнкерк — Барселона прошли различные культурные мероприятия. К примеру, на барселонской площади Глориас был установлен памятник на средства, пожертвованные властями Дюнкерка — города, который по ходу проекта стал побратимом Барселоны. Памятник представляет собой стальную стену длиной 50 метров и высотой 2 метра в наивысшей точке. Он воспроизводит в масштабе воображаемую линию, соединяющую Дюнкерк и Барселону. На ее концах установлены две мраморные таблички, обозначающие Атлантический океан и Средиземное море соответственно. В памятной надписи объясняется смысл памятника на трех языках: каталанском, испанском и французском.

*Памятник, установленный в честь измерения дуги меридиана между Дюнкерком и Барселоной.*

Узнав о начале войны, некоторые жители острова сочли, что этот француз, подававший ночью сигналы с вершины Мола-де-с'Эсклоп, был шпионом, они решили схватить его и передать властям. К счастью, Араго помог некий моряк, который заранее предупредил ученого. Араго, переодетый моряком, смог незаметно спуститься с горы, разминувшись с группой вооруженных людей, которые уже шли, чтобы его арестовать. Когда Араго прибыл на корабль, Хосе Родригес Гонсалес, один из его спутников, назначенных испанскими властями, попросил помощи у капитан-генерала, и тот поместил исследователя в замок Бельвер до получения указаний. Спустя несколько дней Араго сбежал из замка и добрался до города Алжира, где сел на корабль, отплывавший в Марсель. Корабль был задержан в море, Араго был отконвоирован в порт Паламос, затем его перевели в Росас, где ученый провел некоторое время. Наконец, 30 августа 1809 года Араго представил Французской академии наук научный труд, в котором были изложены результаты всех проведенных измерений.

## Как вводился метр

### Появление эталона

Результатом геодезических, астрономических и математических исследований, проведенных под руководством Деламбра и Мешена, стало определение метра как универсальной единицы измерения длины. Пока они проводили измерения, 1 августа 1793 года была введена десятичная метрическая система, а вместе с ней — временный метр, определенный по результатам более ранних измерений.

22 июня 1799 года Национальному собранию был представлен окончательный эталон метра, изготовленный Ленуаром из платины, который пришел на смену временному метру, а также эталон килограмма, определенного как масса кубического дециметра дистиллированной воды при давлении в одну атмосферу и температуре 3,98 °С. Эталоны были помещены на хранение в архивы Республики.

30 августа 1809 года на заседании Бюро долгот, где Араго представил свои расчеты и результаты измерений дуги меридиана от Барселоны до острова Форментера, было проведено сравнение старого и нового метра. Метр, определенный на основе новых данных, менее чем на 5 десятитысячных долей миллиметра отличался от платинового эталона, утвержденного в 1799 году. Ошибка была слишком мала, поэтому платиновый эталон остался неизменным. Лишь спустя 90 лет после его изготовления он был заменен эталоном из платино-иридиевого сплава (90 % платины, 10 % иридия), который был в меньшей степени подвержен деформациям и имел крестообразную форму. Новый эталон был помещен на хранение в Международное бюро мер и весов в городе Севр близ Парижа.

С определением метра родилась метрическая система мер, которую ждал долгий и трудный путь к популярности. Бельгия и Голландия перешли к ее использованию в 1816 году, Испания и Греция — в 1849-м, Португалия — в 1852-м, Германия — в 1870-м, Австрия — в 1873-м, Швейцария — в 1875-м.

## Две системы, существующие одновременно

Постепенно новую метрическую систему приняли почти все европейские страны, кроме Великобритании и США.

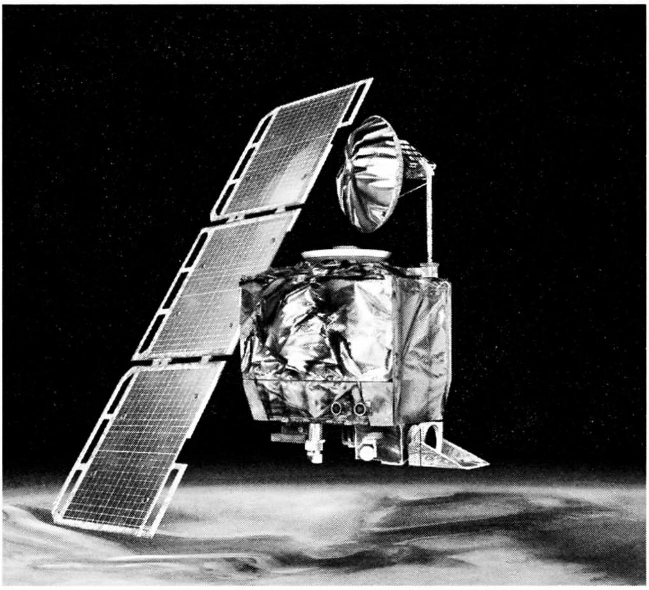
Когда мы летим в самолете, на небольших экранах на спинках кресел нам указывают траекторию и высоту полета. Высота указывается в футах и (если повезет) — в километрах. В футах (англ. feet) всегда указывается круглое число, в километрах — нет. По какой таинственной причине командир выбирает именно такую высоту? Ответ прост: в самолетах используется английская система мер, где высота измеряется в футах, а скорость — в милях в час.

Если вы поедете в Великобританию на машине, то попадете в похожую ситуацию: на знаках ограничения скорости на автомагистралях будет указано число 70, на обычных дорогах — 50. Если ваш автомобиль родом из континентальной Европы, его руль расположен слева, что очень неудобно при левостороннем движении и обгонах. Вопрос с ограничением скорости прояснится, когда станет понятно, что 70 обозначает мили в час. Если мы произведем пересчет (1 миля = 1609,34 м), то получим, что ограничение составляет 112,6538 км/ч, что куда больше похоже на ограничение в 110 км/ч на наших автомагистралях. Число «50» на знаке, в свою очередь, будет означать 80,467 км/ч.

## Фатальная ошибка

23 сентября 1999 года спутник NASA Mars Climate Orbiter должен был закончить полет продолжительностью в 286 дней и приземлиться на поверхности Марса. Однако спутник был потерян из-за несогласованности использованных единиц измерения. Mars Climate Orbiter был разрушен в результате ошибки, которая заключалась в том, что в центре управления на Земле использовалась английская система мер и все данные отправлялись спутнику именно в этой системе, а на самом спутнике расчеты проводились в метрической системе.

Минимальное расстояние, на которое спутник мог приблизиться к поверхности планеты, прежде чем начать заход на посадку, составляло 53 мили — в противном случае он мог быть поврежден под действием высоких температур. Спутник снизился на высоту в 59,54 мили, и казалось, что все идет по плану. Однако на самом деле высота была указана в километрах, и произошла катастрофа: 59,54 больше, чем 53, но 59,54 километра — это всего 37 миль, что намного меньше предела в 53 мили, за которым следовало разрушение спутника.



*Mars Climate Orbiter приземляется на Марс 23 сентября 1999 года. Операция завершилась неудачей, так как в программе использовались две разных системы измерения, что привело к разрушению аппарата (источник: NASA).*

Глава 6

# Измерения сегодня

Во второй половине XX века прежняя Метрическая система мер уступила место Международной системе единиц (СИ). Стремление измерить Землю, определить ее форму и получить возможность устанавливать местоположение любой точки на ее поверхности привело к созданию современной геодезии и системы GPS. Интерес к составлению календарей и измерению времени привел к соглашениям о мерах времени. Измерение небес и первые математические модели космоса, созданные древнегреческими учеными, привели к созданию современных теорий строения Вселенной, в которых для измерения громадных межзвездных расстояний пришлось определить новые единицы измерения. Измерение и подсчет — два связанных между собой действия, сосуществующих в физическом мире и математических моделях, но только в математике можно говорить об абсолютно точных измерениях, связанных с непрерывными величинами и вещественными числами ($\mathbb{R}$). В математике описываются методы спрямления, возведения в квадрат и в куб, на основе которых позднее было создано дифференциальное исчисление — основа для развития теории меры.

## Разнообразные методы измерения

«Как-то раз коллега обратился ко мне за помощью. Он собирался поставить самую низкую оценку по физике одному из своих студентов, но тот утверждал, что заслуживает высшего балла. Оба — преподаватель и студент — согласились положиться на суждение незаинтересованного арбитра, и их выбор пал на меня. Экзаменационный вопрос гласил: «Объясните, каким образом можно измерить высоту здания с помощью барометра?» Ответ студента был таким: «Нужно подняться с барометром на крышу здания, спустить барометр вниз на длинной веревке, а затем втянуть его обратно и измерить длину веревки, которая и покажет точную высоту здания».

Ответ студента был верным. С другой стороны, он не заслуживал высшего балла, поскольку не показал знаний физики. Я предложил студенту ответить на вопрос еще раз и предупредил, что ответ должен демонстрировать знание физических законов. Прошло несколько минут, но студент так и не написал ничего в экзаменационном листе. Я спросил его, сдается ли он, но тот заявил, что у него есть несколько решений задачи, и он просто выбирает лучшее.

Спустя некоторое время он ответил: «Поднимитесь с барометром на крышу и бросьте его вниз, замеряя время падения. Затем, по формуле

$$x = \frac{gt^2}{2}$$

вычислите высоту здания». Я спросил коллегу-преподавателя, доволен ли он ответом. Тот признал ответ удовлетворительным и поставил студенту высший балл. Выйдя из аудитории, я вновь встретился со студентом и попросил его рассказать, какие еще решения задачи он нашел.

— Есть несколько способов измерить высоту здания с помощью барометра, — начал студент. — Например, можно выйти на улицу в солнечный день и измерить высоту барометра и его тени, а также измерить длину тени здания. Затем с помощью несложной пропорции мы определим высоту самого здания.

— Неплохо, — сказал я. — Есть и другие способы? Он предложил еще несколько решений. Все они были верны, но я и мой коллега ожидали совершенно другого ответа. — Наконец, — заключил он, — среди множества прочих способов решения данной проблемы лучшим, пожалуй, является такой: возьмите барометр с собой, найдите управляющего и скажите ему: «Господин управляющий, у меня есть замечательный барометр. Он ваш, если вы скажете мне высоту этого здания». Я спросил студента, знает ли он, какой ответ я хотел услышать [разность атмосферного давления, измеренного барометром на уровне земли и на крыше, соответствует высоте здания]. Он признался, что знает, но сказал, что сыт по горло школой, где учителя навязывают ученикам свой способ мышления».

Эта история, которая, по всей видимости, произошла на самом деле, со временем стала легендой в научных кругах. Считается, что студентом был датский физик Нильс Бор (1885–1962), а незаинтересованным арбитром — Эрнест Резерфорд (1871–1937). В действительности это не так — история впервые была опубликована в 1958 году в журнале «Ридерз Дайджест», а ее автором был преподаватель физики Вашингтонского университета Александр Каландра (1911–2006), который уделял большое внимание вопросам обучения.

Эта легенда доказывает, что измерить реальную физическую величину можно самыми разными способами. Но несмотря на обилие прямых и косвенных методов, измерения следует производить так, чтобы результат выражался в общепринятых единицах.

## Измерения в физическом мире

### Международная система единиц

В 1875 году для обеспечения единства метрической системы в разных странах была подписана Международная метрическая конвенция. В соответствии с этой конвенцией для принятия решений созываются генеральные конференции по мерам и весам. Первая такая конференция состоялась в 1889 году. В наши дни Генеральная конференция по мерам и весам проводится раз в четыре года. К Международной метрической конвенции на сегодняшний день присоединились более 50 государств.

В 1960 году решением 36 государств на Генеральной конференции по мерам и весам была принята Международная система единиц (СИ), пришедшая на смену Метрической системе мер. Система единиц — это система единиц измерения, в которой каждой физической величине соответствует только одна единица измерения. Эталон любой единицы измерения должен обладать тремя свойствами:

— неизменность (он не должен изменяться с течением времени или в результате действий человека, производящего измерения);
— универсальность (возможность использования в любой точке мира);
— воспроизводимость (возможность с легкостью воспроизвести эталон).

В системе СИ определены семь основных величин. Все прочие величины являются производными от них и выражаются через основные при помощи математических операций. Каждой величине соответствует своя единица измерения. Основным величинам соответствуют основные единицы измерения, а при определении производных единиц измерения выполняются те же расчеты, что и при определении соответствующих производных величин. В следующей таблице приведены основные величины СИ и единицы их измерения.

| Основная физическая величина | Основная единица измерения | Год определения единицы | Обозначение |
|---|---|---|---|
| Длина | Метр | 1983 | м |
| Масса | Килограмм | 1889 (1901) | кг |
| Время | Секунда | 1967–1968 | с |
| Сила электрического тока | Ампер | 1948 | А |
| Температура | Кельвин | 1967–1968 | К |
| Количество вещества | Моль | 1971 | моль |
| Сила света | Кандела | 1979 | кд |

## ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ЕДИНИЦ СИ

– Метр (м) – расстояние, которое проходит свет в вакууме за 1/299 792 458 секунды.

– Секунда (с) – время, равное 9192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

– Килограмм (кг) – масса цилиндра из платино-иридиевого сплава, хранящегося в Международном бюро мер и весов в городе Севр близ Парижа.

– Ампер (А) – сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 метр силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Ньютона.

– Кельвин (К) 1/273,16 часть температуры тройной точки воды.

– Моль (моль) – количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг (примерно $6{,}02214179 \cdot 10^{23}$ структурных элементов – атомов, молекул, ионов, электронов, радикалов и других частиц).

– Кандела (кд) – сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет 1/683 Ватт на стерадиан.

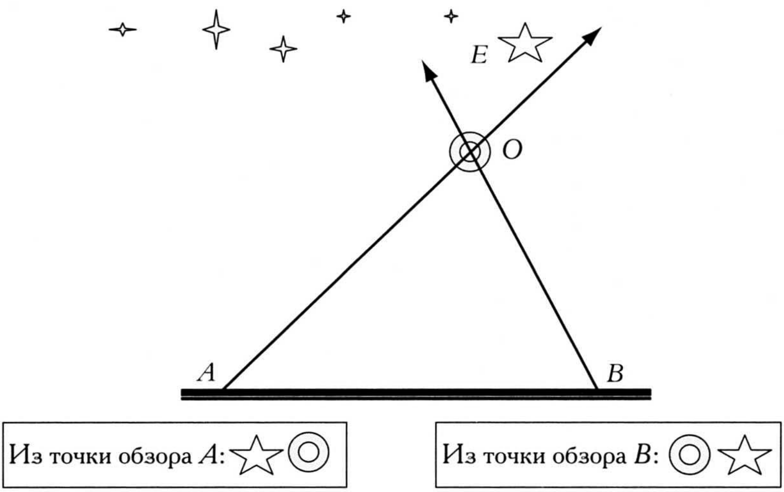
## Геодезия, хронометрия и астрономия

В современных геодезии, хронометрии и астрономии используются сложные методы измерения, основанные на современных технологиях. Результаты этих измерений в некоторых случаях находят применение в повседневной жизни, например в автомобильных GPS-навигаторах или мобильных телефонах. Система глобального позиционирования, больше известная по англоязычной аббревиатуре GPS (от англ. Global Positioning System), созданная в США, позволяет определять широту, долготу и высоту объекта (человека, автомобиля, корабля и так далее) с точностью до нескольких сантиметров. Это возможно благодаря сети из 24 основных и 3 резервных спутников, которые вращаются вокруг Земли на высоте 20 200 км. Их траектории синхронизированы, и они покрывают всю поверхность Земли. Система GPS вначале использовалась исключительно в военных целях, а также в морской и воздушной навигации, в 1980-е годы начала применяться в геодезии, а сегодня она доступна всем. В числе сфер применения этой системы отметим столь важные области, как обеспечение безопасности на железных дорогах, вождение автомобилей и управление воздушным движением.

Спутники GPS расположены в шести орбитальных плоскостях по четыре основных спутника в каждой плоскости. Такое расположение 24 спутников гарантирует, что практически из любой точки планеты всегда будут видны по крайней мере четыре из них. Помимо информации о позиционировании и навигации, GPS также позволяет определять время с точностью до 100 наносекунд. На каждом спутнике расположено несколько атомных часов, показания которых кодируются в сигнале GPS. GPS-приемник расшифровывает полученный сигнал и синхронизируется с атомными часами спутников.

Принцип определения местоположения по системе GPS заключается в измерении расстояний от спутников до приемника, которые, в свою очередь, рассчитываются посредством измерения времени. Приемник автоматически получает как минимум от трех спутников сигнал, содержащий информацию о положении спутника и точном времени на нем. Приемник синхронизирует часы GPS, определяет задержку распространения сигнала, а по ней — расстояние до каждого спутника. Современная триангуляция основывается уже не столько на измерении углов из точек с известными координатами, сколько на определении расстояний от каждого спутника до GPS-приемника, что позволяет определить положение приемника относительно спутников. Определив координаты спутников по передаваемому ими сигналу, можно найти абсолютные координаты приемника, то есть его широту и долготу. Для определения высоты потребуется сигнал от четвертого спутника.

Без искусственных спутников Земли не обойтись и в астрометрии — они позволяют с высокой точностью определять положение небесных тел и расстояния между ними. Спутники, подобные Hipparcos (акроним от High Precision Parallax Collecting Satellite — спутник для сбора высокоточных параллаксов), запущенному Европейским космическим агентством в 1989 году, позволяют измерять параллакс и собственное движение миллионов звезд. Параллакс можно определить как угол между двумя направлениями до одного и того же объекта (например, звезды) из точек $A$ и $B$, достаточно удаленных друг от друга и не лежащих на одной линии с объектом. В прошлом обнаружить параллаксы небесных тел было очень сложно, так как даже ближайшие звезды расположены на огромном расстоянии от Земли, поэтому направления до них практически параллельны. Определить параллакс звезды (это была звезда 61 созвездия Лебедя) впервые удалось лишь в 1838 году усилиями астронома и математика Фридриха Вильгельма Бесселя (1784–1846).




*Объект O будет виден слева или справа от звезды E на удаленном фоне, выбранной в качестве точки отсчета.*

Ближайшая к Земле звезда Проксима Центавра имеет параллакс 0,765''. Это означает, что параллакс звезд всегда меньше одной угловой секунды. Чем больше расстояние до звезды, тем меньше ее параллакс, таким образом, ошибки измерения становятся все более значимыми. В подобных случаях измеряется спектр электромагнитного излучения рассматриваемого астрономического объекта — так можно определить расстояние до него и сдвиг линий его спектра. На основе этих данных вычисляется расстояние до объекта. Для работы со столь огромными расстояниями требуются особые единицы измерения, намного большие, чем метр.

Астрономическая единица (а.е.) — единица длины, равная среднему расстоянию от Земли до Солнца (149 597 870 км), она используется для измерений в пределах Солнечной системы. Парсек (пк) определяется как расстояние, с которого одна

## НЕКОТОРЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ РАССТОЯНИЯ

Астрономическая единица, парсек и световой год — это единицы измерения, удобные для измерения расстояний в пределах Солнечной системы, Млечного Пути и в межзвездном пространстве соответственно. Они связаны следующими приближенными соотношениями: 1 парсек = = 3,26 светового года = 206 265 а.е. = 30 875 миллиардов километров. Среднее расстояние от Земли до Солнца составляет около 150 миллионов километров и примерно равно одной астрономической единице (1 а.е.). Свет Солнца достигает Земли за 8,32 минуты, поэтому говорят, что Земля находится на расстоянии 8,32 световых минуты от Солнца.

Некоторые расстояния от Солнца.

| Небесное тело | Примерное расстояние |
|---|---|
| Венера | Менее 0,68 а.е. |
| Земля | 1 а.е. = 8,32 световых минуты |
| Юпитер | Более 5,2 а.е. |
| Плутон | 39,5 а.е. |
| Центр Млечного Пути | 8500 пк = 30 000 световых лет = = 1753 миллиона а.е. |

Некоторые расстояния от Земли.

| Небесное тело | Расстояние | Характеристика |
|---|---|---|
| Луна | 0,0026 а.е. | Единственный естественный спутник Земли |
| Проксима Центавра | 4,2 световых года = = 270 000 а.е. | Ближайшая к Земле звезда |
| Звезда Сириус | 8,6 световых года = = 540 000 а.е. | Первый восход Сириуса над горизонтом перед рассветом, наблюдавшийся после долгого периода невидимости, знаменовал начало года в Древнем Египте |
| Галактика Андромеды (M31) | 2,56 миллиона световых лет = 775 кпк | Наиболее удаленный от Земли объект, видимый невооруженным глазом |

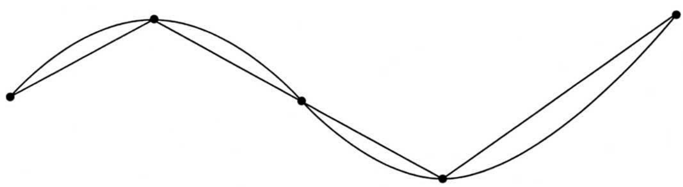
астрономическая единица видна под углом в одну угловую секунду (1"). Световой год (расстояние, которое свет проходит за один год) определяется как расстояние, которое преодолевает фотон за один год по юлианскому календарю (365,25 суток по 86 400 секунд) со скоростью света в вакууме (299 792,458 км/с), при этом фотон проходит на бесконечно большом расстоянии от любого гравитационного или магнитного поля.

При измерениях в физическом мире используются рациональные числа, и результат измерений всегда является приближенным. В математических моделях, где измерения производятся при помощи вещественных чисел, формализация понятия «измерение» привела к появлению теории меры. В этом вопросе особую роль играют спрямление, квадратура и возведение в куб.

## Измерения в математических моделях

### Спрямление

Исторически под спрямлением понималось построение прямой, длина которой равна длине данной кривой. Графическая интерпретация этого понятия, на основе которой определяется метод приближенного вычисления длины, может выглядеть так: разделим кривую на последовательность прямолинейных участков как можно меньшего размера, после чего найдем сумму их длин.



*Разделение кривой на прямолинейные отрезки.*

Похожий метод использовал некий преподаватель средней школы, когда объяснял ученикам, как измерить длину морского побережья. Он объяснял: «Чтобы произвести измерения, необходима карта побережья в масштабе, достаточно длинная нить и линейка. Нужно смочить нитку водой и проложить ее вдоль всего побережья на карте. Теперь достаточно вытянуть нить и измерить ее длину с помощью линейки. Масштаб карты укажет, как следует пересчитать размер и найти искомую длину».

С древних времен одной из самых известных задач подобного рода была задача о спрямлении окружности. Древнеегипетские математики верно определили формулу расчета длины окружности, согласно которой отношение площади круга к длине его окружности равно отношению площади квадрата, в который вписана окружность, к его периметру. Это соотношение выполняется в точности и равно $r/2$, где $r$ — радиус окружности, но значение $\pi$, которое использовали египтяне, было приближенным (3,16 или 3 и 1/6).

Спрямление, квадратура и возведение в куб также описываются в классическом древнекитайском трактате о математике «Цзю чжан суань шу», или «Математика в девяти книгах», написанном в I веке. В первой книге, озаглавленной «Измерение полей», приведены расчеты значения $\pi$ методом исчерпывания: в окружность вписывается шестиугольник, после чего его периметр сравнивается с длиной окружности; так получается значение $\pi = 3$. Далее проводятся аналогичные действия с многоугольниками, имеющими 12, 24, 48 и 96 сторон, и рассчитывается значение $\pi = 3{,}1410240$.

В древнеиндийской математике спрямление также рассматривалось для вычисления длины окружности. Ариабхата в главе II своей книги «Ариабхатия» (ок. 500 г.) приводит приближенное значение $\pi = 3{,}1416$. Он вычислил периметр правильного

## КРОЛИК ПЕРЕСЕКАЕТ МЕРИДИАН

Приведем любопытную задачу об окружности и ее радиусе, которая отличается необычной формулировкой и, кроме того, послужит продолжением нашей истории о дуге меридиана. Напомним, что длина земного меридиана равна примерно 40 000 км. Если представить, что Земля имеет форму идеальной сферы, то длина веревки, полностью опоясывающей Землю вдоль меридиана, составит эти же 40 000 км. Если мы удлиним эту веревку на 1 метр, сможет ли кролик проползти под ней? Хотя 1 метр по сравнению с 40 000 км может показаться ничтожной величиной, ответ на этот вопрос будет положительным. Удивительнее всего, что если мы увеличим длину окружности на 1 метр, ее радиус всегда будет увеличиваться на одну и ту же величину вне зависимости от радиуса исходной окружности. Подтвердить это помогут несложные расчеты.

Пусть $r_1$ – радиус исходной окружности. Длина окружности будет равна $L_1 = 2\pi r_1$. Если мы увеличим длину окружности на 1 метр, она будет равна $L_2 = 2\pi r_1 + 1$. Радиус полученной окружности будет равен $r_2 = \frac{2\pi r_1 + 1}{2\pi}$, то есть $r_2 = r_1 + \frac{1}{2\pi}$.

Нетрудно видеть, что при увеличении длины исходной окружности на 1 м ее радиус всегда будет возрастать на $\frac{1}{2\pi}$ м вне зависимости от размеров исходной окружности. Вернемся к нашей задаче и выразим эту величину в сантиметрах. Получим $\frac{100}{2\pi}$ см $\approx 15{,}91549431$ см. Этого расстояния будет достаточно, чтобы кролик смог проползти под веревкой.

384-угольника, вписанного в окружность, применив метод исчерпывания, аналогичный приведенному в китайском трактате «Математика в девяти книгах», но выполнил еще два шага: он также начал с шестиугольника и последовательно удваивал число его сторон (6, 12, 24, 48, 96, 192, 384), пока не получил 384-угольник.

С древних времен в самых разных культурах предпринимались попытки выполнить приближение кривых прямолинейными отрезками равной длины при помощи различных методов. Даже в XVII веке еще проводились конкурсы по определению длин дуг некоторых кривых, в частности спирали Архимеда, цепной линии или циклоиды. Расчеты проводились геометрическими методами. Последний шаг к решению задач такого типа был сделан в конце XVII века с появлением дифференциального исчисления. В дифференциальном исчислении длина дуги рассчитывается по формуле

$$S=\int_a^b \sqrt{1+\left[f'(x)\right]^2}\,dx,$$

где $f(x)$ — функция, длину графика которой требуется найти, $f'(x)$ — ее производная, причем обе этих функции непрерывны на отрезке $[a, b]$. $S$ будет длиной дуги, ограниченной $a$ и $b$.

При доказательстве этой формулы используется прежняя идея: кривая представляется в виде последовательности прямолинейных отрезков, после чего для каждого из них применяется теорема Пифагора. Длина каждого отрезка будет равна $\Delta s=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$.


*Дуга кривой и отрезок $\Delta s$ — гипотенуза треугольника с катетами $\Delta x$ и $\Delta y$.*

Приближенное значение $S$ рассчитывается как сумма гипотенуз:

$$S\approx\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\Delta x_i^2+\Delta y_i^2},\text{ что равносильно } S\approx\sum_{i=1}^{n}\sqrt{1+\left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)^2}\,\Delta x_i.$$

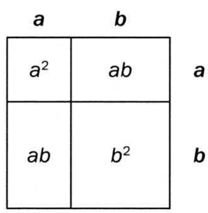
Чем меньше будет длина этих $n$ отрезков, тем точнее будет полученный результат. В пределе все $\Delta x_i$ будут стремиться с нулю, и, согласно определению определенного интеграла, на отрезке между $a$ и $b$ мы получим приведенную выше формулу:

$$S = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{1+\left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right)^2}\, \Delta x_i = \int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_a^b \sqrt{1+\left[f'(x)\right]^2} dx.$$

## Квадратура

Квадратура — построение квадрата, по площади равного данной фигуре. Исторически сложилось, что квадратом называется вторая степень числа, то есть число, умноженное на само себя. Схожесть этих терминов неслучайна — если возвести число во вторую степень, то есть умножить его на само себя, то мы найдем площадь квадрата, сторона которого выражается этим числом.

На следующем рисунке показано, как при возведении во вторую степень выражения $(a + b)$ получается площадь квадрата со стороной $a + b$:

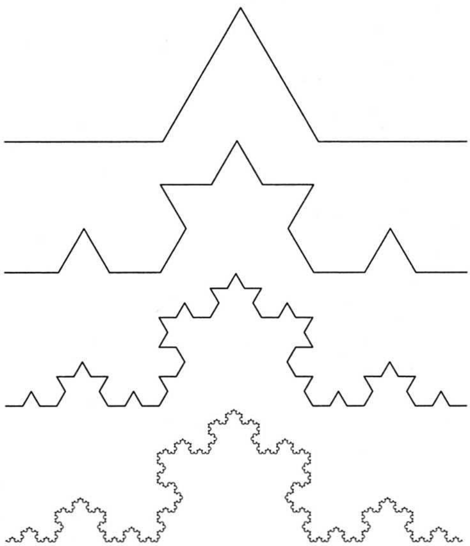



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Здесь следует провести различие между площадью и поверхностью, так как эти понятия иногда путают. Поверхность — геометрический термин, площадь — величина, соответствующая этому геометрическому термину, то есть мера протяженности поверхности, выраженная в соответствующих единицах.

Кроме того, некоторые порой путают периметр и площадь. Их следует различать подобно тому, как различают окружность и круг. Периметр (от латинского perimetros, произошедшего от греческого περίμετρος) — это граница поверхности или фигуры, а также длина этой границы, а площадь — это мера, или численная характеристика, поверхности или фигуры, ограниченной периметром. Возникает вопрос: если задан определенный периметр, например дана веревка заданной длины, то каким будет прямоугольник наибольшей площади, который можно ограничить этой веревкой? Этот вопрос можно сформулировать и в более общем виде: как будет выглядеть фигура наибольшей площади, которую можно ограничить этой веревкой? Ответом на первый вопрос будет квадрат, на второй вопрос — круг. Ответы на эти вопросы известны с глубокой древности и применяются в повседневной жизни множеством способов. В главе 1 мы упомянули, что традиционные жилища в самых разных культурах (у инуитов, североамериканских индейцев и аборигенов Кении) имели круглую форму — так обеспечивалась наибольшая площадь при минимальном расходе материала.

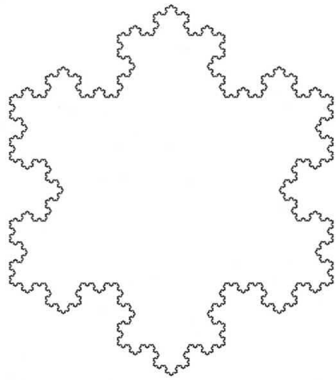
Парадоксально, но определенные фигуры имеют конечную площадь, но бесконечный периметр. К примеру, это справедливо для фрактала под названием снежинка Коха, который представляет собой непрерывную кривую, но задается функцией, не дифференцируемой ни в одной точке. Эту кривую описал шведский математик Хельге фон Кох (1870–1924) в 1904 году. Из четырех отрезков равной длины (например, 1), соединенных так, как показано на первом рисунке внизу ($K_0$), строится кривая Коха, на основе которой определяется снежинка Коха.



*Четыре первых этапа построения кривой Коха. Сверху вниз: $K_0$, $K_1$, $K_2$ и $K_3$.*

На первом этапе все 4 отрезка $K_0$ заменяются копией $K_0$, уменьшенной в 3 раза. Полученная кривая (обозначим ее $K_1$) будет состоять из $16 = 4^2$ отрезков. Далее заменим каждый из этих 16 отрезков копией $K_0$, уменьшенной в $3^2 = 9$ раз. Полученная кривая (обозначим ее $K_2$) будет состоять из $64 = 4^3$ отрезков, и так далее. Кривая Коха определяется как предел последовательности $K_i$ при $i$, стремящемся к бесконечности.

Для построения снежинки Коха возьмем 3 копии $K_0$, расположим их в форме равностороннего треугольника и заменим его стороны описанными выше кривыми.



*Снежинка Коха.*

Снежинка Коха имеет конечную площадь, но бесконечный периметр. Ее площадь конечна потому, что фигура умещается внутри круга конечного радиуса. В нашем примере длина исходных отрезков кривой $K_0$ равна 1, и можно доказать, что снежинка умещается внутри круга радиуса 3. Чтобы доказать, что снежинка Коха имеет бесконечный периметр, достаточно показать, что кривая Коха имеет бесконечную длину. Для этого вычислим длину $l(K_i)$ на каждом шаге построения. Длина $K_0$ равна 4 (4 стороны длиной 1). Так как $K_1$ состоит из $16 = 4^2$ отрезков длиной $1/3$, длина этой кривой будет равна:

$$l(K_1) = \frac{4^2}{3}.$$

Обобщив рассуждения, получим:

$$l(K_n) = \frac{4^{n+1}}{3^n} = 4\left(\frac{4}{3}\right)^n, \text{ таким образом, } l(K) = lím_{n\to\infty} l(K_n) = \infty.$$

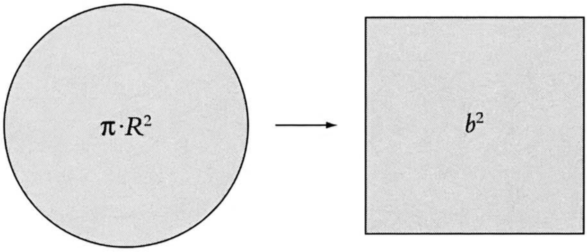
## УЧАСТОК НАИБОЛЬШЕЙ ПЛОЩАДИ, ПОКРЫТЫЙ БЫЧЬЕЙ ШКУРОЙ

У Маттона, царя Тира, было двое детей — Пигмалион и Элисса (таким было тирское имя царицы Дидоны). После смерти Маттона трон занял его сын Пигмалион, еще ребенок. Элисса, подстрекаемая Пигмалионом, вышла замуж за его дядю Сикарба, жреца храма Геракла и второго человека в государстве после самого царя, так как Пигмалион хотел заполучить сокровища, спрятанные Сикарбом. Спустя некоторое время Пигмалион попросил Элиссу разузнать, где муж прячет сокровища. Она подчинилась, но не сказала брату, где находится тайник. Пигмалион повелел убить Сикарба, чтобы завладеть его богатством, а Элисса успела скрыться на корабле вместе со знатными тирийцами, захватив сокровища с собой. Беглецы высадились на севере Африки, где их тепло приняли местные жители, заключившие с прибывшими договор: тирийцам разрешалось занять столько земли, сколько можно было покрыть бычьей шкурой. Те разрезали шкуру на очень тонкие ремни, связали их вместе и опоясали ими достаточно большой участок. Местные жители в соответствии с договором передали им землю, где был основан город. Новый город получил название Бирса, что по-финикийски означает «бычьи шкуры». Спустя некоторое время царь соседнего племени Иарбант захотел жениться на Дидоне и угрожал объявить войну в случае отказа. Дидона отказалась и покончила с собой. На основе этой легенды Вергилий создал «Энеиду» — поэму о похождениях троянского героя Энея. Корабль Энея прибивает бурей к побережью Африки, и его подбирают жители Карфагена — города, основанного Дидоной. Дидона влюбляется в Энея и умоляет его остаться. Тот отказывается, и Дидона кончает жизнь самоубийством.

*«Эней рассказывает Дидоне о несчастьях Трои».*
*Картина французского художника Пьер-Нарцисса Герена.*

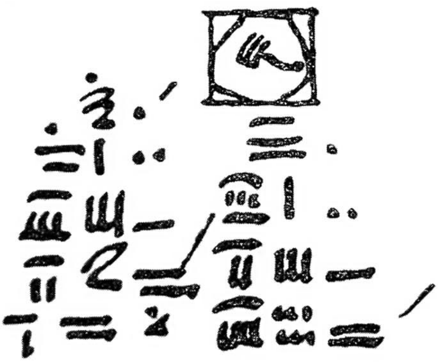
При спрямлении мы измеряли длину морского побережья при помощи смоченной нити, наложенной на карту. Аналогичным образом можно вычислять и площади поверхностей. Для этого нам потребуется прозрачный лист бумаги, разделенный на квадраты. Подсчитав число квадратов, покрывающих поверхность, и зная масштаб изображения, можно с хорошей точностью определить искомую площадь.

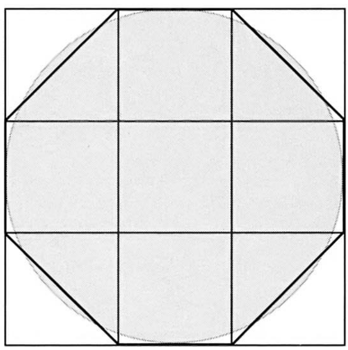
С древних времен одной из самых знаменитых задач о квадратуре была задача о квадратуре круга. Она заключается в том, чтобы с помощью циркуля и линейки построить квадрат, по площади равный данному кругу.




*Площадь круга должна быть равна площади построенного квадрата.*

Папирус Ахмеса (также известный как папирус Ринда по имени его владельца Генри Ринда, который приобрел его в 1858 году), обнаруженный при строительстве здания в Луксоре, был написан писцом по имени Ахмес примерно в 1650 году до н. э. и содержит информацию из периода 2000 год до н. э. — 1800 год до н. э. В задаче 48 площадь круга диаметром в 9 единиц принимается равной площади восьмиугольника, вписанного в квадрат с длиной стороны в 9 единиц, как показано на рисунке.





*Фрагмент папируса Ахмеса и рассматриваемый восьмиугольник.*

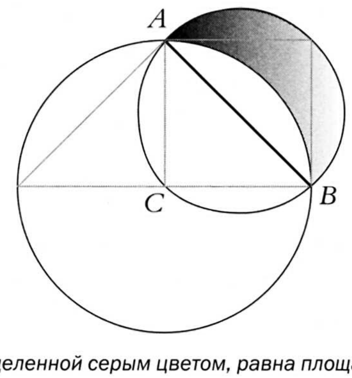
Площадь круга равна: $\left(\frac{9}{2}\right)^2 \cdot \pi$.

Приближенное значение площади многоугольника принимается равным 64. В действительности оно составляет 63, так как площадь каждого квадрата равна $3 \times 3 = 9$, а многоугольник состоит из 5 целых квадратов и 4 половин — всего 7 квадратов площадью в 9 единиц каждый. В расчетах мы будем использовать значение площади в 64 единицы, так как 64 — квадрат ($8^2$). Кроме того, так мы сможем использовать только дроби с числителем, равным 1, подобно древним египтянам.

Так, $\left(\frac{9}{2}\right)^2 \cdot \pi \approx 64$. Проведя необходимые расчеты и упростив выражение, получим:

$$\pi \approx \frac{64}{\left(\frac{81}{4}\right)} = 4\left(\frac{9-1}{9}\right)^2 = 4\left(1-\frac{1}{9}\right)^2 = 3{,}1604938.$$

Задача о квадратуре круга наряду с задачами об удвоении куба и трисекции угла принадлежала к числу трех классических задач древнегреческой математики. Задача о вычислении квадратуры плоских поверхностей, ограниченных кривыми, вызвала бы у греков довольно много трудностей, если бы Гиппократ Хиосский (ок. 470 г. до н.э. — ок. 410 г. до н.э.) не доказал, что возможно вычисление квадратуры определенных криволинейных фигур — двуугольников, построенных особым образом.




*Площадь фигуры, выделенной серым цветом, равна площади треугольника ABC.*

Для простоты примем $AC = CB = 1$. Если мы покажем, что площадь двуугольника $AB$, который дополняет треугольник $ABC$ до сектора, составляющего четверть круга, равна сумме площадей двух двуугольников, которые дополняют треугольник до полукруга диаметром $AB$, то мы докажем исходное утверждение. Достаточно заметить, что в малом круге сумма площади треугольника и площадей двух двууголььников равна площади полукруга, равно как и сумма площади двуугольника $AB$ и площади фигуры, выделенной серым цветом.

Радиус большого круга равен 1, следовательно, его площадь равна $\pi$. Площадь сектора в четверть круга равна $\pi/4$. Диаметр меньшего круга равен $\sqrt{2}$, радиус — $\sqrt{2}/2$, площадь — $1/2\pi$. Половина малого круга вновь будет иметь площадь $\pi/4$. Иными словами, половина малого круга и четверть большого круга имеют равную площадь. Таким образом, можно утверждать, что сумма площадей двух двуугольников равна площади большого двуугольника. Отсюда следует, что площадь треугольника равна площади фигуры, выделенной серым цветом.

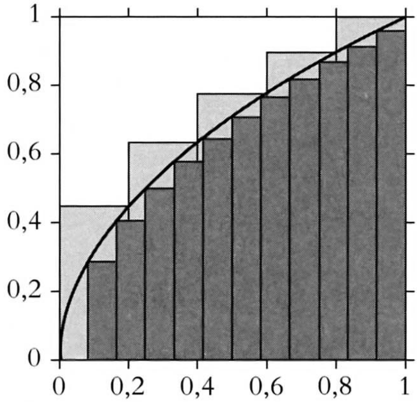
В 1882 году немецкий математик Фердинанд Линдеман (1852–1939) доказал, что число $\pi$ является трансцендентным, поэтому решить задачу о квадратуре круга при помощи циркуля и линейки невозможно. Возможно, именно после многовековых попыток решить эту задачу и возникло выражение «квадратура круга», которое в обычном языке употребляется в переносном смысле и означает нечто очень сложное.

Задачами о квадратуре занимался Евдокс Книдский. Он применил геометрический метод, в котором по мере выполнения вычислений точность результата постепенно повышалась. Метод Евдокса был схож с теми, что использовали индийцы и китайцы для вычисления длины окружности и площади круга путем последовательного построения многоугольников. Позднее подобный метод применил Архимед для вычисления площади фигуры, ограниченной дугой параболы, и объема шара. Евклид привел все эти результаты в книге XII своих «Начал» (ок. 300 г. до н.э.). В XVII веке Грегуар де Сен-Венсан (1584–1667) назвал этот метод методом исчерпывания.

Задачи о квадратуре поверхностей, ограниченных кривыми, были окончательно решены с появлением дифференциального исчисления. Интегрирование — математическая операция, позволяющая вычислять площади плоских фигур, ограниченных кривыми, если известны уравнения этих кривых. Рассмотрим пример. Пусть дана кривая — график функции $f(x)=\sqrt{x}$. Чему будет равна площадь фигуры, ограниченной этой кривой и горизонтальной осью координат на интервале от 0 до 1? На языке математики ответ записывается так:

$$\int_0^1 \sqrt{x}\, dx.$$

Следующий рисунок иллюстрирует геометрический метод вычисления искомой площади, который завершается переходом к пределу. Суть этого метода заключается в построении последовательности прямоугольников, как в ранее приведенном примере с картой и листом бумаги, разделенном на квадраты. Вычислив сумму площадей построенных прямоугольников, можно найти приближенное значение площади фигуры. Площадь этой фигуры можно покрыть прямоугольниками сверху или снизу (полученная площадь будет соответственно больше или меньше искомой площади фигуры).




*Покрытие пятью прямоугольниками сверху и двенадцатью прямоугольниками снизу (в этом случае первый прямоугольник не виден, так как имеет нулевую высоту).*

Основная теорема анализа, открытая Ньютоном и Лейбницем, связывает операции дифференцирования и интегрирования. Применив эту теорему к функции $f(x)=\sqrt{x}$, график которой ограничивает рассматриваемую фигуру, получим первообразную функцию

$$F(x)=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}.$$

Необходимо вычислить значения этой функции на концах рассматриваемого отрезка (в нашем случае — в точках 0 и 1), после чего найти разность $F(1)-F(0)$. Таким образом, точное значение площади фигуры, ограниченной кривой, вычисляется следующим образом:

$$\int_0^1 \sqrt{x}\,dx = \int_0^1 x^{\frac{1}{2}}\,dx = \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^1 = \frac{2}{3}.$$

## Возведение в куб

Кубом называется не только правильный многогранник, каждая сторона которого представляет собой квадрат, но и результат умножения числа на само себя трижды, то есть возведения в третью степень. Это совпадение не случайно — если мы возведем число в третью степень, то есть умножим его на само себя трижды, то получим объем куба, сторона которого выражается этим числом.

Если с квадратурой была связана классическая древнегреческая задача о квадратуре круга, то с возведением в куб — задача об удвоении куба. По легенде, эпидемия чумы, разразившаяся в Афинах в 428 году до н.э., так напугала горожан, что афинским правителям пришлось обратиться за помощью к богу Аполлону. Дельфийский оракул при храме Аполлона сказал, что если построить жертвенник в два раза большего объема, чем тот, что находился в храме Аполлона, то чума прекратится. Хотя со временем эпидемия затихла сама собой, все попытки построить жертвенник в два раза большего объема потерпели неудачу.

Еврипид в одном из своих произведений так описал задачу об удвоении куба. Царь Минос при постройке гробницы своего сына Главка объявил, что мавзолей кубической формы с длиной стороны в сто шагов слишком мал для царского сына, и повелел удвоить его объем, сохранив прежнюю форму, для чего потребовал увеличить сторону мавзолея вдвое. Минос допустил грубую ошибку: если удвоить сторону куба, то объем полученного куба будет не в два, а в восемь раз больше исходного.

Древнегреческие математики не располагали современной алгебраической нотацией и должны были решить задачу об удвоении куба исключительно при помощи циркуля и линейки. Чтобы найти сторону $x$ квадрата, площадь которого в два раза больше площади квадрата со стороной $a$, они вычисляли среднее пропорциональное $a$ и $2a$:

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{2a},\ \text{следовательно,}\ x\sqrt{a}=2.$$

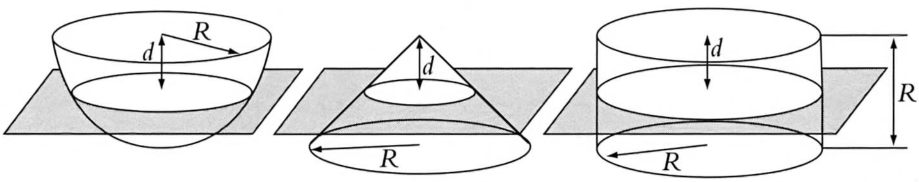
Эта же идея была применена и для решения задачи об удвоении куба. Было показано, что решение задачи сводилось к вычислению двух средних пропорциональных $a$ и $2a$. Чтобы удвоить куб со стороной $a$, нужно найти сторону $x$ куба, объем которого будет равен $x=\sqrt[3]{2a^3}=a\sqrt[3]{2}$. Если удастся найти значения $x$ и $y$, которые будут средними пропорциональными $a$ и $2a$ согласно следующему равенству:

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{y}=\frac{y}{2a},$$

то задача будет решена. Этот метод решения, при котором исходная задача сводится к другой, более простой, весьма характерен для математики. Новая задача заключается в том, чтобы найти эти два средних пропорциональных.

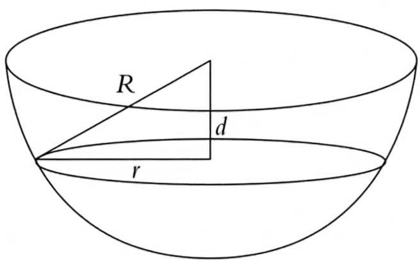
Помимо задачи об удвоении куба, древнегреческих математиков интересовали и другие задачи, связанные с объемом тел. Согласно Архимеду, Евдокс доказал, что объем конуса равен трети объема цилиндра того же основания и высоты. Архимед доказал, что площадь круга равна площади прямоугольного треугольника, один катет которого равен радиусу круга, а длина другого равна длине окружности. Он также выразил объем шара через объем цилиндра и конуса.

Для этого Архимед рассмотрел полушар радиуса $R$ и поместил рядом с ним прямой конус и прямой круговой цилиндр. Радиусы оснований конуса и цилиндра также равнялись $R$.




*Сечения полушара, конуса и цилиндра.*

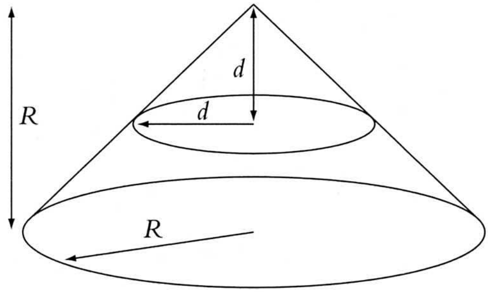
Затем он рассек все три фигуры плоскостью, параллельной основанию цилиндра и расположенной на одинаковом расстоянии $d$ от верха всех трех фигур, и рассмотрел полученные сечения. Сечением цилиндра была окружность радиуса $R$. Сечением полушара также была окружность, но другого радиуса (обозначим его через $r$).




*Соотношение между r, d и R для полушара.*

По теореме Пифагора выполняется соотношение $r^2 + d^2 = R^2$.

Сечением конуса также была окружность, но другого радиуса, $d$, так как угол раствора конуса составлял $45°$.




*Соотношение между R и d для конуса.*

Площади сечений таковы:

| Фигура | Площадь сечения |
|---|---|
| Цилиндр | $\pi R^2$ |
| Полушар | $\pi r^2$ |
| Конус | $\pi d^2$ |

Так как $r^2 + d^2 = R^2$, имеем:

*Площадь сечения цилиндра = Площадь сечения полушара +*
*+ Площадь сечения конуса.*

Сечения фигуры подобны ломтям хлеба: если для каждого сечения выполняется приведенное выше соотношение, то кажется вполне очевидным, что это же отношение будет выполняться и для объемов фигур. Иными словами,

*Объем цилиндра = Объем полушара + Объем конуса.*

Архимед знал, как вычисляется объем цилиндра и объем конуса:

$$V\,(\text{цилиндра}) = \pi R^3 \qquad V\left(\text{конуса}\right) = \frac{1}{3}\pi R^3.$$

Он получил равенство

$$V\left(\text{полушара}\right) = V\left(\text{цилиндра}\right) - V\left(\text{конуса}\right) = \pi R^3 - \frac{1}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3.$$

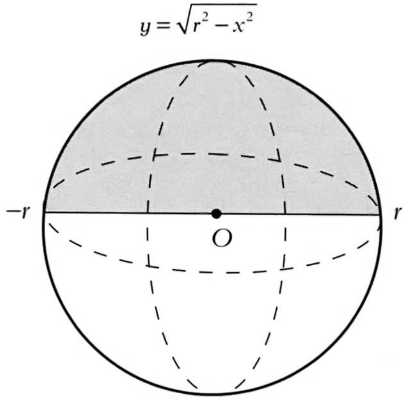
Таким образом,

$$V\left(\text{сфера}\right) = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

И вновь задачи о вычислении объемов были окончательно решены с появлением дифференциального исчисления. Рассмотрим в качестве примера, как с его помощью вычисляется объем шара радиуса $r$. Начнем с того, что приведем уравнение окружности

$$x^2+y^2=r^2.$$

Вращая полукруг вокруг оси абсцисс, получим шар.




*Шар, полученный вращением полукруга.*

Объем тела вращения, полученного вращением плоской фигуры, ограниченной линиями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ и $x = b$, вокруг оси $OX$, вычисляется по формуле:

$$V=\pi\int_a^b f(x)^2 dx.$$

Эта формула в некотором роде отражает метод Архимеда, если интерпретировать $\pi f(x)^2$ как площадь круга и представить, что тело вращения, как в примере Архимеда, состоит из «ломтей»-сечений. Напомним, что $\int_a^b \ldots dx$ обозначает интеграл — сумму объемов бесконечного числа сечений бесконечно малой толщины $(dx)$, которые составляют объем тела вращения. В нашем примере

$$V=\pi\int_{-r}^{r}\left(\sqrt{r^2-x^2}\right)^2 dx=\pi\int_{-r}^{r}\left(r^2-x^2\right)dx=\pi\left[r^2x-\frac{x^3}{3}\right]_{-r}^{r}=\pi\left(\frac{2r^3}{3}+\frac{2r^3}{3}\right)=\frac{4}{3}\pi r^3.$$

# Эпилог

Понятие меры появилось свыше 5 тысяч лет назад, когда возникла необходимость в измерении предметов, окружавших человека. Посмотрим, какими были основные задачи, стоявшие перед математиками конца XIX века и приведшие к созданию теории меры. Древние египтяне занимались вычислением площадей и объемов (см. папирус Ахмеса и Московский математический папирус) и использовали приближенное значение $\pi \cong 4(1 - 1/9)^2 = 3{,}160\ldots$, однако строгие доказательства формул для вычисления площадей и объемов привели не они, а уже древнегреческие математики.

Эти доказательства даны в «Началах» Евклида (ок. 300 г. до н. э.), где, однако, нет определений длины, площади и объема — эти понятия определяются неявно при описании фигур. Так, определяется линия, поверхность и тело: линия есть длина без ширины, поверхность — то, что имеет лишь длину и ширину, а тело — то, что имеет длину, ширину и глубину. Евклид также не определил, что означает «измерить» — это слово он использует не только в связи с тремя вышеупомянутыми «величинами», но и по отношению к числам. К примеру, он определяет «часть» и «части» аналогично современным понятиям «делитель» и «не делитель», но использует при этом слово «измерить: «*Часть* есть число в числе, меньшее в большем, если оно измеряет большее. *Части* же — если оно его не измеряет». Так, к примеру, 3 — «часть» 15, а 6 — «части» 15.

Не встретим мы определения меры и у других древнегреческих авторов, в частности у Архимеда, который сравнивает известные площади и объемы для вычисления новых. Так, мы показали, как он вычислил объем шара. Подобных понятий меры было достаточно для развития математики на протяжении многих веков.

Главным героем следующего этапа стал Георг Кантор (1845–1918), который в 1883 году дал первое определение меры $m(A)$ произвольного (ограниченного) множества $A \subset R^n$. Кроме того, Кантор обнаружил, что не все бесконечные множества имеют одинаковые размеры, то есть одинаковую мощность: к примеру, множество рациональных чисел является счетным, то есть имеет тот же размер, что и множество натуральных чисел, а множество вещественных чисел — нет. В этом смысле измерить означает установить взаимно-однозначное соответствие (на языке математики — биекцию) между двумя множествами, одним из которых будет $\mathbb{N}$ (множество натуральных чисел) или одна из его степеней ($\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ и так далее). К примеру, для множества рациональных чисел можно установить следующее соотношение:

$$\mathbb{Q} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$
$$p/q \to (p,q),$$

где $p/q$ — несократимая дробь, которая определяется для любого рационального числа единственным образом. Установить похожее соотношение между $\mathbb{R}$ и $\mathbb{N}$ или его степенью нельзя, поэтому $\mathbb{R}$ не является счетным. Следовательно, существуют бесконечные множества, которые по размерам превышают другие бесконечные множества. Некоторые из этих множеств настолько велики, что для них нельзя определить взаимно-однозначное соответствие в вещественном пространстве, имеющем три измерения (длину, ширину и высоту), которое порой отождествляют с векторным пространством $\mathbb{R}^3$.

Другие авторы, в частности Отто Штольц (1842–1905) в 1884 году и Адольф фон Гарнак (1851–1930) в 1885 году, приводили эквивалентные определения на множестве $\mathbb{R}$. Так, согласно этим определениям, мера рациональных чисел на отрезке $[0,1]$, как и мера всех вещественных чисел этого же отрезка, равнялась 1. Нетрудно предположить, что это сравнение между элементами $\mathbb{Q}$ и $\mathbb{R}$ будет некорректным, если $\mathbb{Q}$ — счетное, а $\mathbb{R}$ — нет.

Таким образом, суть проблемы заключалась в том, чтобы определить разницу между счетными и измеримыми множествами. Счетное множество — это множество, для которого можно определить взаимно-однозначное соответствие со множеством натуральных чисел, а измеримое множество — это множество, для которого можно определить взаимно-однозначное соответствие со множеством неотрицательных вещественных чисел. Это различие является формальным выражением разницы между счетом и измерением, между дискретным и непрерывным, о которой мы рассказали в главе 1. В английском языке разница между счетными и несчетными предметами отражена конструкциями how many и how much.

Джузеппе Пеано (1858–1932) указал, какие множества называются измеримыми, и привел собственное определение меры в 1887 году. Он определил внутреннюю и внешнюю меру области $R$ как наименьшую внешнюю границу всех многоугольных областей, заключенных внутри $R$, и как наибольшую внутреннюю границу всех многоугольных областей, содержащих в себе $R$, соответственно. Пеано назвал измеримым множество, внешняя и внутренняя мера которого совпадают, и доказал, что мера обладает аддитивностью. Кроме того, он объяснил связь между мерой и интегрированием. В 1892 году Камиль Жордан (1838–1922) дал более простое определение меры, применив вместо многоугольников квадратную сетку. Эти определения в некотором роде схожи с методами вычисления приближенных значений числа $\pi$ путем последовательных приближений периметра или площади круга вписанными и описанными многоугольниками, которые использовали математики древности (египтяне, китайцы, индийцы и греки).

Но новых определений по-прежнему было недостаточно: к примеру, в соответствии с ними множество рациональных чисел не было измеримым. Два года спустя Эмиль Борель (1871–1956) продолжил работу над этой темой и в своей докторской диссертации (1894) определил для описанной им меры счетную аддитивность — более широкое понятие по сравнению с конечной аддитивностью, с которой работал Пеано. Помимо этого, Борель привел определение множеств нулевой меры. Согласно новому определению, множество рациональных чисел на отрезке [0,1], мерой которого, по мнению других авторов, было число 1, было множеством нулевой меры.

Взяв за основу определение меры, введенное Борелем, Анри Лебег (1875–1941) в 1902 году в своей докторской диссертации описал фундаментальные понятия абстрактной теории интегрирования. Он расширил понятие интеграла Римана, введенное Бернхардом Риманом (1826–1866), который определил интеграл как площадь, ограниченную непрерывной кривой, и представил понятие интеграла Лебега, применимое не только для непрерывных функций.

На страницах этой книги мы рассказали, что измерением небес занимается астрономия, а измерением Земли — геодезия; вы узнали, как измерение времени привело к созданию календаря, а необходимость в универсальной мере длины — к определению метра. Самые разные действия в мире физики, астрономии, геодезии и метрологии, а также работа с календарями были бы невозможны без математики. В самой математике понятие меры было определено в теории меры в рамках математической модели, однако для ее подробного рассмотрения потребуется отдельная книга.

# Библиография


ALDER, K., *La medida de todas las cosas*, Madrid, Taurus, 2004.

BISHOP, A.J., *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*, Barcelona, Paidós, 1999.

BOURGOING, J., *The Calendar. Measuring Time*, London, Thames & Hudson, 2001.

BOYER, C.B., *Historia de la matemática*, Barcelona, Destino, 2009.

GUEDJ, D., *La medida del mundo*, Barcelona, Diagonal, Ediciones de Bolsillo, 2001.

IFRAH, G., *Historia universal de las cifras*, Madrid, Espasa Calpe, 1997.

KATZ, V., MICHALOWICZ, K. (eds.), *Historical Modules for the Teaching and Learning of Mathematics*, Washington, The Mathematical Association of America, 2004.

KUHN, T.S., *La Revolución copernicana*, Barcelona, Folio, 2000.

LAFUENTE, A; MAZUERCOS, A., *Los caballeros del punto fijo*, Barcelona, Serbal, 1987.

LINDBERG, D.C., *Los inicios de la ciencia occidental*, Barcelona, Paidós, 2002.

LORENZO, J.A., *La Revolución del metro*, Madrid, Celeste Ediciones, 1998.

PALAU, M., *La pintoresca història del calendari*, Barcelona, Millà, 1973.

PLA, J., *Liu Hui. Nueve capítulos de la matemática china*, Madrid, Nivola, 2009.

SOBEL, D., *Longitud: la verdadera historia de un genio solitario que resolvió el mayor problema científico de su tiempo*, Barcelona, Anagrama, 2006.

# Алфавитный указатель

**Научно-популярное издание**
Выходит в свет отдельными томами с 2014 года
**Мир математики**
**Том 38**
**Иоланда Гевара, Карлес Пюиг**
**Измерение мира.**
**Календари, меры длины и математика**

РОССИЯ
**Издатель, учредитель, редакция:**
ООО «Де Агостини», Россия
**Юридический адрес:** Россия, 105066,
г. Москва, ул. Александра Лукьянова, д. 3, стр. 1
*Письма читателей по данному адресу не принимаются.*
**Генеральный директор:** Николаос Скилакис
**Главный редактор**: Анастасия Жаркова
**Выпускающий редактор**: Людмила Виноградова
**Финансовый директор**: Полина Быстрова
**Коммерческий директор:** Александр Якутов
**Менеджер по маркетингу:** Михаил Ткачук
**Менеджер по продукту:** Яна Чухиль

**Для заказа пропущенных книг и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт www.deagostini.ru, по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной горячей линии в России:**
☏ 8-800-200-02-01
**Телефон горячей линии**
**для читателей Москвы**:
☏ 8-495-660-02-02
**Адрес для писем читателей:**
Россия, 600001, г. Владимир, а/я 30,
«Де Агостини», «Мир математики»
*Пожалуйста, указывайте в письмах свои контактные данные для обратной связи (телефон или e-mail).*
**Распространение:**
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»
УКРАИНА
**Издатель и учредитель:**
ООО «Де Агостини Паблишинг» Украина
**Юридический адрес:** 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, 119
Генеральный директор: Екатерина Клименко
**Для заказа пропущенных книг и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт www.deagostini.ua, по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной горячей линии в Украине:**
☏ 0-800-500-8-40
**Адрес для писем читателей:**
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Мир математики»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

БЕЛАРУСЬ
**Импортер и дистрибьютор в РБ:**
ООО «Росчерк», 220037, г. Минск,
ул. Авангардная, 48а, литер 8/к,
тел./факс: (+375 17) 331-94-41
**Телефон «горячей линии» в РБ:**
☏ + 375 17 279-87-87 (пн—пт, 9.00—21.00)
**Адрес для писем читателей:**
Республика Беларусь, 220040, г. Минск,
а/я 224, ООО «Росчерк», «Де Агостини»,
«Мир математики»
КАЗАХСТАН
**Распространение:**
ТОО «КГП «Бурда-Алатау Пресс»

Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую розничную цену книг. Издатель оставляет за собой право изменять последовательность заявленных тем томов издания и их содержание.

**Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в типографии:**
Grafica Veneta S.p.A Via Malcanton 2
35010 Trebaseleghe (PD) Italy
*Подписано в печать: 20.08.2014*
*Дата поступления в продажу на территории России: 07.10.2014*
Формат 70 x 100 / 16. Гарнитура «Academy».
Печать офсетная. Бумага офсетная. Печ. л. 5.
Усл. печ. л. 6,48.
Тираж: 28 900 экз.



ISBN 978-5-9774-0682-6
ISBN 978-5-9774-0733-5 (т. 38)

12+ Данный знак информационной продукции размещен в соответствии с требованиями Федерального закона от 29 декабря 2010 г. № 436-ФЗ «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию».
Издание для взрослых, не подлежит обязательному подтверждению соответствия единым требованиям, установленным Техническим регламентом Таможенного союза «О безопасности продукции, предназначенной для детей и подростков» ТР ТС 007/2011 от 23 сентября 2011 г. № 797.

# Измерение мира

## Календари, меры длины и математика

Измерения играют важнейшую роль в современной науке, но без них немыслима и повседневная жизнь. Например, без измерений невозможно узнать, что находится рядом с нами, а что — вдали. Если мы составим список всех измерений, которые проводим в течение дня, то удивимся тому, каким длинным он будет. За свою историю человечество выработало различные методы измерений. С их помощью мы смогли определить размеры нашей планеты, протяженность межзвездного пространства и даже измерить время. В этой книге пойдет речь о математических методах, на которых строятся астрономические, геодезические, календарные и метрологические измерения.

ISBN 978-597740682-6

00038

9 785977 406826

12+