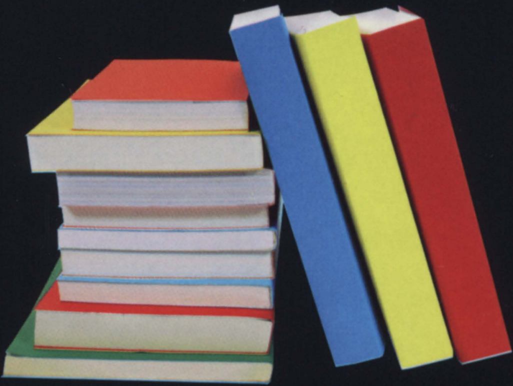
НАУКА ВЕЛИЧАЙШИЕ ТЕОРИИ

ЛЕЙБНИЦ

12

Анализ бесконечно малых



Физика учит новый язык

DeAGOSTINI

ЛЕЙБНИЦ Анализ бесконечно малых 12 DeA

ЛЕЙБНИЦ
Анализ бесконечно малых

ЛЕЙБНИЦ
Анализ бесконечно малых

Физика учит новый язык

НАУКА. ВЕЛИЧАЙШИЕ ТЕОРИИ

Наука. Величайшие теории: выпуск 12: Физика учит новый язык. Лейбниц. Анализ бесконечно малых. / Пер. с исп. — М.: Де Агостини, 2015. — 168 с.

Готфрид Вильгельм Лейбниц — один из самых гениальных ученых в истории науки. Он жил на рубеже XVII и XVIII веков, в эпоху больших социальных, политических и научных перемен. Его влияние распространяется практически на все области знания: физику, философию, историю, юриспруденцию... Но главный вклад Лейбница, без сомнения, был сделан в математику: кроме двоичного исчисления и одного из первых калькуляторов в истории он создал, независимо от Ньютона, самый мощный инструмент математического описания физического мира — анализ бесконечно малых.

ISSN 2409-0069

Иллюстрации предоставлены:
Age Fotostock: 123b; Album: 87a; Archivo de la Academia de Berlín-Brandenburgo de las Ciencias: 155ai; Archivo RBA: 35, 39ai, 39ad, 39b, 47, 53ai, 53ad, 53b, 63, 87bi, 120, 123ai, 123ad, 141, 146, 148; Peter Gerloff: 155ad; Herzog-Anton-Ulrich-Museum: 87bd; Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences: 99; Musée des Arts et Métiers, París: 55; Real Biblioteca de Bélgica: 114; Smithsonian Libraries: 23; Andree Stephan: 155b; The Walters Art Museum, Baltimore: 78; Joan Pejoan.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ ... 7

ГЛАВА 1. Создатель арифметической машины ... 15

ГЛАВА 2. И осуществилось вычисление ... 59

ГЛАВА 3. Древние и современные коды ... 109

ГЛАВА 4. Гений не только в математике ... 135

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ... 163

УКАЗАТЕЛЬ ... 165

Моей дочери Марии, остающейся мужественной в любой ситуации.

Введение

Историк, горный инженер, поэт, конструктор, геолог, дипломат, музыкант, алхимик, политик, агроном, библиотекарь... Неужели всеми этими профессиями может владеть один человек? Да, так как всей вышеперечисленной деятельностью занимался Готфрид Вильгельм Лейбниц. Однако настоящую славу ему принесло другое: он известен нам прежде всего как философ и ученый, а особенно прославился благодаря работам в области математики.

Жизнь Лейбница проходила в бурную эпоху больших политических, военных, культурных, социальных, религиозных и особенно научных перемен. Когда будущий ученый родился, заканчивалась Тридцатилетняя война (1618–1648), которая изменила политическую картину Европы. После заключения Вестфальского мира (1648) начался закат Священной Римской империи германской нации. В борьбе за суверенитет между германским императором и местными князьями победили последние, что привело к созданию многочисленных суверенных независимых государств; часть из них боролись с Францией, а другие при этом вступали с ней в союз. Такое разделение мешало созданию национального государства. Другой причиной, породившей конфликт, было столкновение католиков с протестантами; когда закончилась война, некоторые из князей-выборщиков были католиками, а другие — протестантами.

После правления Людовика XIII, которое связывают с легендарной фигурой кардинала Ришелье, на трон взошел Людовик XIV, известный как Король-Солнце. Он начал глубокую реформу собственной страны: укрепил экономику, способствуя процветанию национальной промышленности и проводя колониальную политику в Америке, создал прекрасную инфраструктуру и, помимо прочего, сильную регулярную армию. Затем он обратил свой взор на остальную Европу. Для начала правитель направился к Нидерландам, которые во время Вестфальского мира подписали сепаратный мир с Испанией. В данном конфликте (1672–1678) он рассчитывал на помощь Англии и некоторых германских княжеств. Именно эта политическая ситуация помогла Лейбницу начать путешествовать и открыть для себя мир. Первая дипломатическая миссия привела его в Париж и затем — в Лондон с целью предотвратить войну с Нидерландами или, по крайней мере, не дать Германии ввязаться в конфликт.

В XVIII веке Франция обратила свой взгляд на Испанию. В этой сложной ситуации мастерское умение Лейбница вести переговоры было весьма востребовано: он участвовал в дипломатических консультациях и даже писал доклады о том, как использовать материальные и человеческие ресурсы в этой войне, которую было невозможно остановить.

В том же самом веке Россия эпохи Петра I резко модернизировалась и приблизилась к Европе. Она стала своеобразным мостом между Востоком и Западом, в частности между европейской и китайской наукой и культурой. Лейбниц всегда выступал за сближение Германии с Россией и стремился создать условия, благоприятные для взаимопроникновения европейской и китайской культур. В итоге он стал советником Петра I, с которым периодически встречался при разных обстоятельствах.

Эпоха Возрождения характеризуется серьезными изменениями в области мысли, религии и искусства. Это время предполагало бóльшую, чем в Средние века, свободу духа, что, помимо прочего, сделало возможной протестантскую реформу, а с ней и будущие религиозные войны. XVII столетие можно смело назвать Золотым веком в искусстве, достаточно вспомнить хотя бы несколько великих личностей, живших в то время: Мольер, Шекспир, Свифт, Сервантес, Кеведо, Лопе де Вега, Веласкес, Мурильо, Рубенс, Рембрандт, Вивальди, Бах, Гендель... В области философии мы сталкиваемся, среди прочих, со Спинозой, Гоббсом, Локком, Бэконом или Арно. Одним из факторов, который больше всего повлиял на этот расцвет культуры, было изобретение в середине XV века печатного станка. И если выделить самую главную книгу, изданную в первые годы наступающего времени перемен, то это будет труд *De revolutionibus orbium coelestium* («О вращении небесных сфер») Николая Коперника, опубликованный в 1543 году.

Однако наиболее интенсивные изменения в данный период произошли, без сомнения, в области науки. Научная революция заложила основу для будущей промышленной революции, потому что наука тогда уже не обладала чисто теоретическим характером, как в Древней Греции, а приобрела прикладное значение. Важность происходившего наглядно демонстрируют, помимо прочего, несколько достигнутых вех: закон свободного падения тел Галилея, законы движения планет Кеплера, Закон Бойля — Мариотта, вычисление скорости света Рёмером, волновая теория Гюйгенса, барометр Торричелли, описание кровообращения Гарвеем или открытие одноклеточных организмов Левенгуком. Эти примечательные достижения стали возможны не потому, что ученые XVII века были более способными, чем их предшественники, а потому, что они посмотрели на мир по-новому. В отличие от древнегреческих ученых, они занялись исследованиями, не придавая слишком большого значения доказательству. В то время был популярен девиз «сначала изобрести, потом доказывать».

Философ Фрэнсис Бэкон, ярый защитник эмпирического исследования, по мере сил пропагандировал образ ученого, работающего в лаборатории. В своей работе *«Новая Атлантида»* (1626) он показал утопическое общество, которым руководили ученые. Джонатан Свифт в *«Путешествиях Гулливера»* (1726) высмеял эту идею, но ею явно были вдохновлены научные сообщества, которые расцвели в XVII веке.

Другим фактором, который сделал возможной научную революцию XVII века, стал колоссальный прогресс в математике. Древнегреческая геометрическая строгость была оставлена в стороне, и начали стремительно развиваться алгебра и анализ, что произвело революцию в математическом и научном мире в целом. Стало понятно, что математические законы — это основа природы.

Многие области, которые сегодня являются независимыми науками, в XVII веке входили в состав прикладной математики, как мы видим из *«Курса или мира математики»*, опубликованного в 1674 году Клодом-Франсуа Милье Дешалем. В этой работе рассматривались следующие математические темы: арифметика, тригонометрия, логарифмы, геометрия, алгебра, метод неделимых, механика, статика, география, магнетизм, гражданская и военная инженерия, столярное дело, обработка камней, гидростатика, движение жидкостей, гидравлика, кораблестроение, оптика, перспектива, музыка, астрономия (с построением солнечных часов, астролябий, календарей и гороскопов). Создание Декартом и Ферма аналитической геометрии открыло дорогу самому мощному инструменту, который был в распоряжении математики: он позволил ей стать исключительной наукой. Этот инструмент — анализ бесконечно малых.

Именно тогда появились научные гении Ньютона и Лейбница. Некоторые авторы полагают, что эти гении были основателями анализа, а не первооткрывателями, поскольку многие другие математики предварительно расчистили им дорогу.

Невозможно найти двух более разных ученых. В то время как Ньютон прожил всю свою жизнь достаточно уединенно, Лейбниц посетил несколько стран и часто путешествовал по Германии. Ньютон слыл очень замкнутым человеком, который почти ни с кем не общался вне работы и взаимодействия с Лондонским королевским обществом, а Лейбниц был завсегдатаем праздников и легко ориентировался в различных дворах Германии. Английский ученый часто не публиковался и не отвечал на многие письма, потому что не любил вступать в дебаты, в то время как Лейбниц спорил со всеми, с кем только мог. Когда Ньютона не стало, его похороны сопровождались такой пышностью и почтением, как будто речь шла о короле. А Лейбниц умер в полном одиночестве: за его гробом шли лишь его секретарь и ближайшие родственники. Оба ученых так и не создали семьи. Ньютон никогда не был заинтересован в женитьбе, Лейбниц же задумался о браке, когда ему уже было 50 лет, однако пока его избранница медлила с ответом, он поразмыслил и переменил свое решение.

Без сомнения, имя Лейбница вписано в историю науки золотыми буквами благодаря открытию анализа бесконечно малых. Ученый сделал это независимо и почти одновременно с Ньютоном, что породило чудовищный спор о приоритете, в который, помимо самих его зачинщиков, оказался втянут весь научный мир. Сегодня считается, что английский ученый пришел к созданию этого метода раньше, но Лейбниц разработал символику столь удобную, что ею пользуются и поныне.

Анализ бесконечно малых — один из самых важных инструментов, которыми располагает математика. С его помощью оказалось возможным решить некоторые научные проблемы, существовавшие еще со времен Древней Греции. Среди них исследование скорости изменения некоторых величин, что было актуально, например, для изучения движения тел. Кроме того, этот метод облегчил вычисление касательной к кривой, что имело практическое применение, например в оптике. Также было облегчено решение задач на оптимизацию, то есть нахождение того, в каких условиях можно получить максимальное или минимальное значение чего-либо; сегодня они очень широко используются в экономике. И четвертая огромная проблема, которую устранило создание этого анализа, — вычисление площадей и объемов элементов, не являющихся геометрически правильными. Сегодня их применяют достаточно широко: в проектировании мобильных телефонов или самолетов, в транспорте, метеорологии... Данный метод используется в любых процессах, в которых присутствует постоянное развитие и изменение, таких как использование энергии, изучение распространения эпидемии или распределение населения.

Однако талант Лейбница был настолько обширен, а его научные интересы настолько разнообразны, что мы можем найти следы его деятельности и в иных областях. Он выступал в роли инженера, изобретая механизмы для подъема руды из шахт или для орошения садов, исследовал свойства недавно открытых химических веществ, таких как фосфор, и так далее.

Некоторые историки считают Лейбница последним универсальным гением — благодаря тому, что он работал в огромном количестве научных областей. Французский философ XVIII века Дени Дидро, несмотря на то что его философские взгляды были противоположны взглядам Лейбница, сказал о нем: «Возможно, никогда не существовало человека, который бы читал, учился, размышлял и писал больше Лейбница... То, что он написал о мире, о Боге, о природе и душе, достойно наивысших похвал». И добавил нечто еще более обескураживающее: «Когда сравниваешь свои таланты с талантами Лейбница, существует соблазн выбросить все свои книги и идти тихо умирать в темноту какого-либо забытого уголка».

Лейбниц написал много книг, воспоминаний и писем. Он создал огромное количество трудов: многие из основных работ ученого были опубликованы уже после его смерти, но до сих пор не вышло полного собрания его сочинений.

Некоторое представление о разнообразии интересов Лейбница дает, например, перечень предложений, подготовленных им для аудиенции с императором Священной Римской империи Леопольдом I. Это открытие исторического колледжа, денежная реформа, реорганизация экономики, улучшение торговли и текстильной мануфактуры, создание страхового фонда и налогов на роскошные платья, создание всеобщей библиотеки, а также предложение освещать улицы Вены лампами с рапсовым маслом.

Лейбниц был убежденным оптимистом и считал, что мы живем в лучшем из миров. Ученый никогда не отчаивался из-за того, что некоторые из многочисленных проектов, в которые он погружался, по каким-то причинам не продвигались. Всю свою жизнь он полностью посвятил исследованиям на благо человечеству.

1646 1 июля родился Готфрид Вильгельм Лейбниц в Лейпциге, Германия.

1661 Начал обучение в Лейпцигском университете, где его специальностью была философия. Проведя один семестр в Йенском университете, вернулся в Лейпциг и начал специализироваться на праве.

1666 Опубликовал свою первую философскую работу *De arte combinatoria* («Об искусстве комбинаторики»), возможно написанную под влиянием *Ars magna* Раймунда Луллия.

1667 Получил степень доктора права в Альтдорфском университете.

1668 Начал работать на курфюрста Майнца.

1672 Направился в Париж, чтобы представить проект, разработанный вместе с бароном Иоганном Христианом фон Бойнебургом.

1673 Поехал в Лондон, где присутствовал на собрании Королевского общества и представил свой арифмометр.

1676 Назначен советником герцога Брауншвейг-Люнебургского. Эта должность сохранится за ним до самой смерти.

1679 Начал проект эксплуатации шахт в Альт-Гарце, для чего разработал ряд насосов и ветряных мельниц.

1684 В журнале *«Акты ученых»* появилась статья Лейбница, в которой он изложил новый анализ бесконечно малых.

1685 Получил заказ написать историю Брауншвейг-Люнебурга, чем и занимался до конца жизни, так и не закончив работу.

1692 Ганновер стал курфюршеством, и Лейбниц активно участвовал в этом процессе.

1698 После смерти герцога Эрнста Августа его сын Георг Людвиг занял место курфюрста Ганновера. У Лейбница не сложились с ним отношения.

1700 Создана Прусская академия наук. Лейбниц стал ее первым президентом.

1710 Опубликовал *«Опыты теодицеи о благости Божией, свободе человека и начале зла»*, где собраны многие разговоры ученого с королевой Пруссии Софией Шарлоттой во дворце Литценбурге (позднее переименованном в Шарлоттенбург).

1714 Написал *«Монадологию»*, излагающую его философские взгляды.

1716 Опубликовал свою главную работу о Китае — *«Рассуждение о естественной теологии китайцев»*. После нескольких приступов подагры умер 14 ноября в Ганновере.

ГЛАВА 1

Создатель арифметической машины

С давних времен человек пользовался математикой, чтобы считать и вычислять. По мере того как процесс вычисления становился все более сложным, появилась необходимость в том, чтобы упростить его и сделать более эффективным. Так, например, возникли счеты и логарифмические линейки. А в XVII веке появился ряд механических машин, которые улучшали скорость и точность математических операций, — такие как арифмометр Лейбница.

Родители маленьких детей, как правило, склонны «мучить» гостей историями о своих отпрысках, стремясь продемонстрировать их ум, смекалку, воображение и даже гениальность. Со временем такие истории становятся годны только для того, чтобы на любой встрече родственников или друзей заставить покраснеть от стыда бывшего «гениального» ребенка.

Однако, если человек в какой-либо сфере деятельности добился выдающихся результатов, то подобные детские истории становятся частью его общеизвестной биографии: они служат доказательством того, что он был вундеркиндом, и в большинстве случаев так оно и есть. Самым известным примером из мира математики стал немецкий ученый Карл Фридрих Гаусс. В 1787 году, когда ему было только десять лет, он решил сложную задачу, предложенную в классе. Его учитель попросил сложить первые 100 натуральных чисел. Гаусс представил решение на своей доске за несколько секунд.

Его метод был следующим. Гаусс понял, что если написать числа в порядке от 1 до 100, а внизу снова от 100 до 1, то при сложении каждого верхнего и нижнего элемента всегда получается 101:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \ldots\ldots\ldots\ldots & 97 & 98 & 99 & 100 \\ 100 & 99 & 98 & 97 & \ldots\ldots\ldots\ldots & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

Поскольку есть 100 слагаемых, сумма этих двух рядов чисел равна 10 100, а так как у нас два ряда, получается, что сумма первых 100 чисел равна:

$$\frac{100 \cdot 101}{2} = 5050.$$

Гаусс понял, что первое число (1) и последнее (100) в сумме дают то же значение (101), что и второе и предпоследнее, и можно без проблем продолжить это рассуждение, то есть 1 + + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 =...= 50 + 51 = 101. Таким образом, получается 50 пар чисел. Если каждая пара равна 101, то сумма всех пар — 5050.

Как мы увидим в следующей главе, сложение больших рядов чисел очень интересовало математиков XVII века.

Хотя истории о детстве Лейбница нельзя назвать столь впечатляющими, некоторые авторы тоже считают его вундеркиндом. В возрасте двух лет, когда с ним осталась тетя, мальчик забрался на высокий стол и, внезапно потеряв равновесие, упал со значительной высоты. Оказавшись внизу, маленький Лейбниц сидел на полу совершенно невредимый и смеялся над случившимся. Из этого его отец сделал вывод, что ребенок защищен небесами, и немедленно послал гонца в церковь, чтобы выразить благодарность высшим силам.

РОЖДЕНИЕ ГЕНИЯ

Готфрид Вильгельм Лейбниц родился 1 июля 1646 года в немецком городе Лейпциге, в курфюршестве Саксонии, одном из главных торговых центров Европы начиная с XII века. Этот город был знаменит тем, что в нем находилось большое количество типографий, благодаря чему в XVIII веке он даже мог конкурировать с Франкфуртом в искусстве печатного дела, и, следовательно, достать здесь хорошие книги не представляло особого труда.

Начиная с эпохи Возрождения Лейпциг был важным центром образования и науки, в городе проходила интенсивная культурная жизнь. Местный университет, основанный в 1409 году, считается вторым — после Гейдельбергского — самым древним вузом Германии. В момент рождения Лейбница его отец, Фридрих Лейбниц, был заместителем декана факультета философии и, кроме того, преподавал философию морали (этику) в университете. Также он работал делопроизводителем, адвокатом и нотариусом. Фридрих Лейбниц был родом из Альтенбурга, небольшого населенного пункта примерно в 40 км от Лейпцига. Его мать, Анна Деверлин (бабушка Готфрида), принадлежала к лейпцигской знати.

ВЕЛИКИЙ САМОУЧКА

С 1653 по 1661 годы Готфрид Вильгельм получал среднее образование в школе Святого Фомы в Лейпциге. В эти годы он удовлетворял жажду знаний в библиотеке отца и самостоятельно выучил латынь, читая произведения классиков и труды Отцов Церкви. В возрасте 12 лет Лейбниц уже владел латынью и с запинками говорил на греческом языке, который он пару лет изучал в школе.

В последние школьные годы Готфрид открыл для себя аристотелеву логику и овладел ею до такой степени, что смог применять правила к частным случаям,— его одноклассники не могли это делать. Именно благодаря этому умению расцвел огромный талант Лейбница-изобретателя, и, открыв границы формальной логики, Готфрид увлекся новыми идеями, приходившими ему в голову. Он погрузился в изучение теологии и метафизики, проблемы которых сопровождали ученого на протяжении всей его деятельности. Особенно он интересовался великими полемистами — как католиками, так и протестантами.

В 1661 году Лейбниц начал свою учебу в Лейпцигском университете, сосредоточившись на философии, особенно на Аристотеле, параллельно изучая Евклида. До этого времени он не сталкивался с тем, что сегодня мы называем наукой.

Философию ему преподавал Якоб Томазий, исповедовавший научный подход к исследованию истории философии. Лейбниц уважал его всю свою жизнь. Томазий руководил работой Лейбница на соискание степени бакалавра философии, которую тот получил в 1663 году. Его эссе под названием «Метафизические рассуждения о принципе индивидуации» заложило основы для дальнейших философских поисков ученого.

Хотя Лейбниц приобщался к миру философии посредством общепризнанных классиков, тем не менее он прикоснулся и к новой философии, как он сам об этом вспоминал за несколько лет до смерти в письме Николя Ремону, первому министру герцога Орлеанского:

> «Будучи еще ребенком, я изучал Аристотеля и самих схоластов [...]. Затем, уже свободный от тривиальной схоластической философии, я перешел к современным философам. Помню, как я в возрасте 15 лет гулял один в Розентальском лесу рядом с Лейпцигом и размышлял, не остановиться ли мне на материальном. В конце концов победил механицизм, и это привело меня к занятию математикой».

Итак, интерес Лейбница к механицизму заставил его уделять больше внимания математике. Он провел один семестр 1663 года в Йенском университете, где общался с Эрхардом Вейгелем, признанным преподавателем математики, а также знатоком этики и сторонником естественного права. За несколько лет до этого Вейгель опубликовал работу, в которой пытался примирить Аристотеля с современными философами, такими как Фрэнсис Бэкон (1561–1626), Томас Гоббс (1588–1679) или Пьер Гассенди (1592–1655), то есть с теми, чьи философские взгляды были тесно связаны с математикой.

В Лейпциге Лейбниц обычно ходил на встречи с другими студентами, чтобы обмениваться идеями и обсуждать книги. Находясь в Йене, он стал членом общества Societas Quarentium, которое проводило еженедельные собрания под руководством

Вейгеля. В течение всей свой жизни Лейбниц поддерживал и продвигал подобные научные общества по всей Европе.

ПУТЬ К ДОКТОРСКОЙ СТЕПЕНИ

Лейбниц вернулся в Лейпциг, чтобы изучать право, и в феврале 1664 года стал магистром философии, написав работу «Философские вопросы права». В ней он утверждал, что без философии большинство вопросов, поставленных в области права, не имеют решений. Кроме того, Лейбниц хотел способствовать тому, чтобы студенты, изучающие право, перестали испытывать презрение к философии.

Через девять дней после защиты этой работы умерла его мать. Готфрид разделил наследство с сестрой и тетей, которая была замужем за широко известным в то время юристом Иоганном Штраухом. Последний разглядел незаурядные способности юноши и поддержал его, предоставив ему законодательные документы. Это помогло Лейбницу в подготовке его диссертации «Об условиях», с помощью которой он получил степень бакалавра права. В этой работе ученый рассматривает юридические аспекты через призму математики и физики. Он формулирует закон, подчиненный условию, и изучает различные случаи. Если условие невозможно, то закон является нулевым и ему присваивается значение 0. Если не ясно, может ли оно осуществиться, то закон считается условным и с ним связывается дробь от 0 до 1, допустим 1/2. Если, наоборот, условие обязательно выполняется, то оно определяется как непременное условие, закон точен, и ему назначается значение 1. Значения данного закона приведены в следующей таблице.

Conditio (Условие)	*Impossibilis (Невозможное)*	*Contingens (Случающееся)*	*Necesaria (Необходимое)*
	0	½	1
Jus (Закон)	*Nullum (Нулевой)*	*Conditionale (Условный)*	*Purum (Чистый)*

В вышесказанном легко найти связь с вычислением вероятностей. Вообще математика и другие науки будут постоянно присутствовать в философских трудах Лейбница.

В 1666 году Готфриду отказали в получении степени доктора права из-за того, что он был слишком молод: докторская степень способствовала назначению доцентом, а на получение этого ученого звания рассчитывало много кандидатов более старшего возраста, претендовавших на двенадцать свободных мест. В октябре 1666 года Лейбниц отправился в Альтдорфский университет, где представил свою работу, написанную в Лейпциге («О запутанных судебных случаях»), а через пять месяцев уже получил степень доктора. Он отказался от предложения остаться в университете, поскольку не хотел запирать себя в его стенах.

Здесь стоит упомянуть некоторые аспекты университетского обучения той эпохи. Сегодня появляется все больше новых образовательных программ с узкой специализацией, где каждый может найти для себя область по душе, если это позволяют итоговые оценки. Но в XVII веке возможности ученых были куда более скромными. В эпоху Возрождения признавались и преподавались в университетах лишь несколько наук: теология, философия, право и медицина. Поэтому интеллектуалы того времени поступали на факультеты медицины, поскольку именно она была наиболее близка к их интересам и в данной сфере они могли получить самое лучшее по тем меркам научное образование. Так как Лейбниц, несмотря на его интерес к метафизике и математике, изучал право, его познания в области физики нельзя было назвать блестящими: он убедился в этом, как только начал общаться с образованными людьми из других стран.

ФИЛОСОФСКИЕ КОМБИНАЦИИ

Хотя в этой книге мы преимущественно собираемся осветить деятельность Лейбница в сфере точных наук, мы не можем

РАЙМУНД ЛУЛЛИЙ

Раймунд Луллий, или Рамон Льюль, (ок. 1232–1315) — майоркский философ, теолог, мистик и миссионер. Он считается изобретателем розы ветров и прибора для определения времени по положению звезд на ночном небе под названием *ноктурлабиум*. Когда Луллий родился, Майорка была только что присоединена к Королевству Арагон правителем Хайме I. В это время на острове без проблем соседствовали представители трех великих цивилизаций — христианской, еврейской и арабской,— так что Луллий вырос в обстановке терпимости к чужим взглядам и имел возможность обогатиться культурно. Он занимал разные должности при Арагонском дворе, в частности был мажордомом и сенешалем будущего короля Хайме II Майоркского. В 30 лет Луллий оставил должность и семью, чтобы проповедовать на дорогах, изучая теологию и арабский язык. Позже он закрылся в монастыре с целью изучать латынь, грамматику и философию. У него были три навязчивые идеи: крестовый поход в Святую Землю, обращение неверных и разработка метода рационального доказательства истин веры.

Францисканский орден

В 1295 году Луллий вступил во францисканский орден, стремясь обрести знания, недоступные для светского человека. Он практически безуспешно проповедовал у дверей мечетей и синагог, а также присутствовал на Вьеннском соборе, созванном в 1308 году папой Климентом V. Далее Луллий отправился миссионером в Африку, где ему пришлось пережить немало неприятностей. Умер он на площади в Тунисе в 1315 году, будучи побит камнями толпой мусульман, и после смерти был причислен к лику святых. Луллий написал много книг на самые разнообразные темы, такие как грамматика, образование, наука и философия.

полностью оставить в стороне его философские взгляды. Дело в том, что первые в его работах довольно тесно переплетаются со вторыми: ученый использует в своих философских рассуждениях и математические, и физические аспекты. Не стоит забывать, что Лейбниц решил заниматься механистической философией, неотъемлемой частью которой является наука.

Одним из философов, повлиявших на Лейбница в молодости, был Раймунд Луллий. Разберем некоторые нюансы его работы, которые помогут нам составить представление о том, как развивалась его философия. Но сначала рассмотрим появляющийся в ней математический аспект.

Мы можем считать комбинаторику частью математики, изучающей форму, в которой можно выбирать, группировать и располагать ряд объектов. Комбинаторика присутствует во многих ситуациях нашей жизни. Когда группа друзей или коллег задумывает на Рождество подарок «скрытому другу» — это *перестановка* порядка выбирающих людей. Три книги, выбираемые нами наугад, чтобы взять с собой в отпуск, — это одно *сочетание* среди многих возможных. В олимпийском беге, в котором участвуют восемь атлетов, способ нахождения призеров — *размещение* этих спортсменов, среди которых мы выбираем трех.

Как мы видим из предыдущих примеров, в перестановках мы выбираем все элементы и располагаем их в ином порядке. Чтобы найти количество возможных комбинаций, достаточно найти факториал этой величины. Факториал натурального числа n (который обозначается $n!$) — это произведение натуральных чисел от 1 до этого числа:

$$n! = n(n-1)\,(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1.$$

Например, если у нас есть пять книг, которые мы располагаем на полке, не устанавливая никакого конкретного порядка, количество способов это сделать будет равно:

$$5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 120 \text{ различных расположений.}$$

Достаточно представить, что на первом месте может оказаться любая из пяти книг. Для каждого из этих пяти вариантов на второе место мы можем поместить любую из четырех оставшихся книг, на следующее — любую из трех оставшихся, и так до последнего места, для которого есть только один вариант, поскольку остается только одна книга.

Случай с размещениями похож на предыдущий: важен порядок, в котором выбираются элементы. Но выбираются не все из них, поэтому для их нахождения нам не нужно доходить до 1 в конечном произведении. Предположим, что нам нужно разместить на полке только две книги из пяти имеющихся. Если мы осуществим рассуждение, подобное предыдущему, число возможных выборов будет равно 5 × 4 = 20. В целом количество размещений n элементов, из которых мы берем только r, задано выражением:

$$V_n^r = n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-r+1),$$

где количество множителей равно r, начиная с n.

Наконец, в сочетаниях нас не интересует порядок, мы только хотим знать, сколько существует различных вариантов выбора подмножеств из множества заданных объектов. Допустим, у нас есть набор монет, в котором присутствует только одна монета каждого номинала от 1 евроцента до 2 евро. Если нам дадут три монеты, нас не будет интересовать порядок, в котором они у нас появятся; как известно, от перестановки слагаемых сумма не меняется.

Чтобы найти количество сочетаний n объектов, взятых по r, мы пользуемся таким выражением:

$$C_n^r = \frac{V_n^r}{r!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{r(r-1)\ldots 2\cdot 1}.$$

Следующее выражение соответствует частному между факториалами, называемому *числом сочетаний*:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

Итак, если бы мы хотели вычислить, сколько групп из 3 книг мы можем выбрать из возможных 15, нам пришлось бы вычислять число сочетаний 15 элементов взятых по 3, что дало бы:

$$C_{15}^{3} = \binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455.$$

Но комбинаторика почти с начала времен используется не только в математике, как можно было бы подумать, но и во многих других дисциплинах. Упоминания о перестановках встречаются в древних ассирийских текстах или в греческих источниках. В иудейских документах утверждается, что буквы алфавита расставлены мистическим образом и, если правильно скомбинировать символы и знаки, можно получить любое создание. В самом Талмуде говорится, что с помощью перестановки букв, которым приписывается числовое значение, можно воспроизвести структуру мира. Каббала, которая может быть рассмотрена как система взглядов, раскрывающая аспекты, связанные с человеком, причиной его существования, его предназначением в жизни и так далее, — это наука о числах. В ней раскрывается, помимо прочего, тайный смысл слов, для чего используются три метода: *гематрия* (наука о числовом значении букв), *нотарикон* (наука о первой, срединной и последней буквах слов) и *темура* (наука о перестановке и сочетании букв). Нечто подобное существует и в арабской культуре, где на основе 28 букв, составляющих алфавит, каждая из которых символизирует целое число, открывается бесконечное количество сочетаний.

ARS MAGNA

Целью Раймунда Луллия было найти методы для обращения в христианство евреев и арабов, поэтому он подробно изучал их основные воззрения. Следовательно, на его философию повлияли обе эти культуры. Не углубляясь в детальное изучение его работы, упомянем аспекты, связанные с вычислением, оказавшие влияние на Лейбница.

Ars magna («Великое искусство»), работа Луллия, опубликованная в 1308 году, преследует главную цель — познание Бога. Она основана на комбинаторной логике, и в ней сделана попытка найти все существующие в мире знания на основе нескольких понятий и принципов, которые, благодаря своим сочетаниям, могут охватить все науки. *Ars magna* тесно связана с логическим рассуждением, и в ней утверждается, что логика служит не только для того, чтобы установить справедливость умозаключений, но и для того, чтобы создавать новые умозаключения с помощью их сочетаний. В работе выделяется ряд принципов, абсолютных и относительных. Первые соответствуют свойствам Бога, в то время как вторые относятся к понятиям взаимодействия между объектами. Луллий связывает алфавит со свойствами Бога. Например, А соответствует самому Богу, следующие буквы — Его различным достоинствам...

Доброта	B	Могущество	E	Добродетель	H
Величие	C	Мудрость	F	Истина	I
Вечность	D	Воля	G	Слава	J

Если мы вычислим число сочетаний этих элементов, взятых по два, то получим сумму возможных суждений:

$$C_9^2 = \binom{9}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 36,$$

результаты представлены в следующей таблице.

BC	CD	DE	EF	FG	GH	HI	IJ
BD	CE	DF	EG	FH	GI	HJ	
BE	CF	DG	EH	FI	GJ		
BF	CG	DH	EI	FJ			
BG	CH	DI	EJ				
BH	CI	DJ					
BI	CJ						
BJ							

РИС. 1

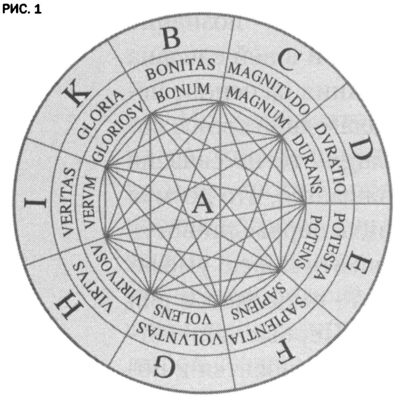
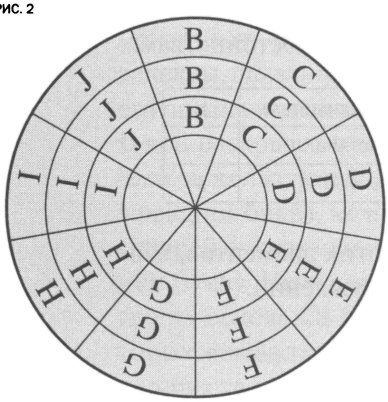


РИС. 2



Фигуры, придуманные Раймундом Луллием для своей логической машины, включенные в Ars Magna.

В качестве дополнения Луллий создал ряд из четырех аксиоматических фигур, смешав одни начала с другими. Ему нужно было механически осуществить то, что ему не позволяли сделать скудные математические познания. Одна из таких фигур соответствовала предыдущей таблице, другая — это круг (как на рисунке 1), поделенный на девять секторов, в которых находились абсолютные начала. На этом круге все достоинства равноудалены от центра, где находится Бог. Под каждой буквой располагается существительное и прилагательное, и каждый сектор связан с другими восьмью, указывая все возможные сочетания. Их можно перемешивать, при этом существительные превращаются в прилагательные и получается, например, великая доброта или доброе величие.

Другая фигура является чем-то вроде комбинаторной машины, в которой находятся три концентрических круга: наименьший вертится относительно среднего, средний — относительно наибольшего, а наибольший остается неподвижен. Таким образом выбираются понятия, которые выстроены в линию на дисках.

СОЧИНЕНИЕ ОБ ИСКУССТВЕ КОМБИНАТОРИКИ

Признано, что Луллий повлиял на Лейбница, хотя последний критиковал работу первого, говоря, что его искусство...

«...всего лишь тень настоящего искусства комбинаторики [...]. Он далек от этого искусства так же, как хвастун далек от человека красноречивого и в то же время твердого».

Однако некоторые авторы утверждают, что Лейбниц был захвачен *Ars magna* и что она послужила основой его идей о комбинаторике.

В 1666 году Лейбниц опубликовал свое сочинение «Об искусстве комбинаторики», в котором он представлял новые результаты в области логики и математики. Именно тогда в первый раз было использовано слово «комбинаторика» в том смысле, в котором мы применяем его сегодня. В зрелые годы Лейбниц раскаялся в том, что опубликовал эту работу, поскольку не считал ее достаточно продуманной. Однако в ней представлены его философские интересы и направления дальнейших поисков, несмотря на то что он к тому времени еще не решил посвятить себя какой-либо конкретной науке. Для Лейбница философские идеи были гораздо важнее, чем математические. В этом нет ничего удивительного, поскольку некоторые философы считали, что математика искажает смысл естественных вещей и, следовательно, вредит натурфилософии. Среди них можно упомянуть итальянцев Пико делла Мирандолу (1463–1494) и Джордано Бруно (1548–1600).

В данном сочинении Лейбниц развивает идею, посещавшую его еще в школьные времена: использовать комбинаторику для получения алфавита человеческой мысли — позже он назовет это «универсальной наукой». Следуя Луллию, Лейбниц думал: как на основе алфавита с помощью сочетаний и перестановок можно получить любое слово или фразу, так же из простых и фундаментальных понятий можно вывести все истины. Главный тезис Лейбница заключался в том, что все логические пропозиции можно свести к правильным сочетаниям субъекта и предиката. Он развивал логику открытия и изобретения в противоположность доказательной логике других классических философов.

Сочетания в целом были обозначены Лейбницем словом «комплексии», и он использовал слово «комбинации» для объектов, взятых по два. Когда речь шла о трех объектах, он употреблял слово «контернации», или «конации», и так далее.

В своей работе Лейбниц пытается использовать комбинаторику применительно к праву, музыке и даже теории Аристотеля об образовании четырех основных элементов на основе комбинаций четырех первичных свойств. Если взять данные свойства по два, получаются следующие различные сочетания:

$$\binom{4}{2}=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=6.$$

При этом нельзя учитывать сочетания, в которых сгруппированы противоположные понятия, такие как холодное и теплое или влажное и сухое. Из четырех оставшихся получались базовые элементы: вода, воздух, огонь и земля.

Лейбниц определенно искал метод, позволивший бы ему работать в общем виде с научными идеями.

НОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Получив степень доктора наук, Лейбниц решил отправиться в путешествие. Ученый провел несколько месяцев Нюрнберге, поскольку вступил в алхимическое общество. Хотя сегодня мы считаем алхимию псевдознанием, мыслители XVII века признавали ее как науку. Алхимия (предшественница современной химии) начала развиваться в том веке на основе работ ирландского ученого Роберта Бойля (1627–1691). Через несколько лет Лейбниц рассказывал, что именно в Нюрнберге он получил базовые химические знания, используемые им впоследствии для необходимых опытов.

Во время путешествия он написал работу под названием «Новый метод изучения и преподавания юриспруденции», посвященную курфюрсту Майнца Иоганну Филиппу Шёнбургу, так как надеялся получить должность при его дворе. В ней Лейбниц рассматривал право с философской точки зрения. Он показал два основных правила юриспруденции: не принимать никакого термина без определения и никакой пропозиции без доказательства. После того как он представил работу лично курфюрсту, его наняли в качестве помощника придворного советника, Германа Андреаса Лассера, для составления нового гражданского кодекса.

Человеком, игравшим значительную роль в жизни Лейбница, стал барон Иоганн Христиан фон Бойнебург (1622–1672), министр Майнца. С 1668 года Лейбниц, который обосновался в этом городе, был тесно связан с бароном, общаясь как с ним самим, так и с его семьей. Сотрудничая с Лассером, Лейбниц также работал на Бойнебурга, занимая такие должности, как секретарь, библиотекарь и адвокат. В эти годы он писал по просьбе барона сочинения на различные темы, особенно философские и политические. Рассмотрим одно из них.

В то время польская корона оказалась свободной из-за отречения короля Яна II Казимира, и пфальцграф Нойбургский, претендовавший на трон, попросил помощи Бойнебурга, чтобы тот защищал его интересы в Польше. Тот, в свою очередь, поручил это дело Лейбницу, и он от имени неизвестного польского дворянина написал и опубликовал работу, в которой исходил из понятия математического доказательства в науке, основываясь на идеях Галилео Галилея (1564–1642) и Рене Декарта (1596–1650). Целью работы было с помощью математических доказательств выяснить, кто был бы лучшим королем Польши. Естественно, автор пришел к выводу, что наиболее подходящей личностью был пфальцграф Нойбургский. В данном сочинении Лейбниц пользовался этическими и политическими рассуждениями, работая с ними как с элементами вероятностного исчисления. Можно считать, что это был первый раз, когда Лейбниц погрузился в мир дипломатии, ставшей впоследствии одним из видов его деятельности на протяжении всей жизни.

Взгляды Бойнебурга и Лейбница во многом совпадали. Хотя барон был католиком, а Лейбниц — лютеранином, они оба выступали за объединение Католической и Протестантской церквей. Эта идея всегда входила в намерения Лейбница, и он излагал ее везде, где только мог добиться какой-то поддержки.

В 1669 году принесли плоды контакты ученого с курфюрстом Майнца, и он был назначен членом Высшего апелляционного суда, в состав которого потом входил до 1672 года. Выйдя из состава суда, Лейбниц стал адвокатом в Ганновере. Несмотря на имеющуюся степень доктора права, ученого особо не привлекал мир юриспруденции: он уважал деятельность судей, но пренебрежительно относился к работе адвокатов.

В 1670 году Лейбниц поехал с Бойнебургом в Бад-Швальбах. В это время намечались обстоятельства, которые привели к первой важной дипломатической миссии Лейбница. Французский король Людовик XIV (1638–1715), настроенный весьма серьезно, имел намерение захватить Нидерланды. Лейбниц решил, что есть возможность отвратить французские захватнические амбиции от Европы и перенаправить их на Египет. Эту идею он назвал *Египетский проект* (*Consilium aegyptiacum*).

Таким образом, был подготовлен секретный план для представления проекта при французском дворе. Консультируясь с Бойнебургом, Лейбниц изложил свои соображения на бумаге, но хотя его целью все же было избежать атаки со стороны французов на Нидерланды, конечная редакция предполагала нечто, больше похожее на крестовый поход против неверных. Общая идея сочинения была такой расплывчатой, что Египет в нем почти не упоминался. Этот документ был послан королю Франции в начале 1672 года. Судя по всему, министр внутренних дел Франции не смог составить достаточно ясного представления о написанном и, стремясь получить больше информации, пригласил Бойнебурга присутствовать при дворе лично или прислать своего представителя. Таким представителем барон назначил Лейбница. В марте ученый отправился в Париж, чтобы более ясно изложить свою идею.

Кроме цели достичь мирных переговоров в Европе у Лейбница были и другие, скрытые, мотивы для поездки. Бойнебург поручил ему ходатайствовать перед королем об оплате ряда рент и пенсий, по которым имелась задолженность. С другой стороны, Лейбниц хотел посетить Париж, где он мог познакомиться с великими французскими философами и учеными.

Затворничество в Майнце мешало ему непосредственно общаться с известными людьми, осуществлявшими научную революцию. Лейбниц всегда утверждал, что если бы ему удалось посетить Париж раньше, его знания обогатились бы, и он смог бы гораздо продуктивнее заниматься наукой.

За год до этого Лейбниц переписывался с Пьером де Каркави (1600–1684), королевским библиотекарем, и рассказывал ему об арифметической машине, над которой работал. Ученый узнал, что Каркави хлопочет о том, чтобы его пригласили в Парижскую академию наук. Сам Каркави написал Лейбницу письмо с просьбой прислать образец его машины, чтобы показать ее Жану-Батисту Кольберу (1619–1683), министру Людовика XIV. Так налаживалась связь Лейбница с научным сообществом, благодаря которой миру был явлен его гений.

НАУЧНЫЙ ОБМЕН

В современном мире мы видим множество примеров того, как люди профессионально занимаются исследованиями и получают за это денежную компенсацию. Они могут работать в университетах, в лабораториях, в больших больницах или на предприятиях, например в сфере программирования или телефонии, но объединяет их всех то, что они живут за счет своих исследований. Однако так было не всегда. В XVI и XVII веках многие великие люди, совершавшие научную революцию, были вынуждены заниматься еще какой-либо деятельностью, чтобы прокормить себя. Большинство авторов открытий того времени были теологами, дипломатами, юристами, священниками, архитекторами и так далее. Например, Пьер де Ферма (1601–1665) был адвокатом и членом Палаты эдиктов, Джон Уоллис (1616–1703) — криптографом, Антони ван Левенгук (1632–1723), который с помощью микроскопа первый открыл одноклеточные организмы, занимался торговлей, а философ Барух Спиноза (1632–1677) работал шлифовщиком линз. В те времена не существовало профессиональных ученых, кроме некоторых малочисленных счастливчиков, служивших при дворе короля или какого-либо вельможи.

Кроме того, большинство ученых были самоучками. В целом вузы сильно отставали от развития наук, поэтому, за редким исключением, более полное образование нужно было получать вне университета. Джон Уоллис, например, вспоминал:

> «Математика в то время редко рассматривалась как академическая дисциплина — скорее как нечто механическое».

То есть математика считалась более уделом торговцев, а не ученых. Таким образом, желающий углубить свои знания должен был обратиться к какому-нибудь известному ученому и стать его последователем.

Другим аспектом, затруднявшим развитие науки, была изоляция ученых. Сегодня, благодаря современным средствам общения, новость о любом событии, произошедшем в стране, немедленно распространяется по всему миру. Но в XVI веке дела, конечно, обстояли иначе: новое открытие могло стать достоянием научной общественности только через несколько месяцев или лет.

В начале XVII века не существовало каналов, которые позволяли бы ученым осуществлять быстрый и эффективный обмен идеями. Осознавая это, интеллектуалы начали объединяться, чтобы обмениваться опытом, а также результатами экспериментов на собраниях или посредством писем, которые зачитывались на таких собраниях. Одним из самых известных координаторов научной жизни Европы в то время был теолог Марен Мерсенн, монах ордена минимов. Он был однокурсником Декарта и написал несколько книг по философии и теории музыки, а в мире математики его имя известно благодаря так называемым простым числам Мерсенна.

Этот человек считал, что ученые должны работать в сообществе, советуясь друг с другом и сравнивая свои эксперименты и открытия. Представьте себе: в ту эпоху знания ремесленных гильдий передавались, иногда в большом секрете, только ученикам, которые входили в эти гильдии.

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА МЕРСЕННА

Числами Мерсенна обычно называют числа вида $M_n = 2^n - 1$, где n — натуральное число (например, 3, 7, 15, 31, 63, 127...). Те из них, которые являются простыми, известны как *простые числа Мерсенна* (из предыдущих это: 3, 7, 31 и 127). Марен Мерсенн (1588–1648) представил данные числа, которые позже были названы в его честь, в работе *Cogitata physico-mathematica* (*«Физико-математические рассуждения»*), опубликованной в 1641 году. В ней он изложил несколько свойств этих чисел, которые смогли доказать только три века спустя. Также в ней был ряд простых чисел Мерсенна (до показателя степени $n = 257$), как выяснилось позже, содержащий несколько ошибок.

Марен Мерсенн.

Простые числа сегодня

Электронная эра позволила начиная с середины XX века вычислять новые простые числа все большего размера: сегодня они используются в коммуникациях. В последние 60 лет наибольшее известное простое число почти всегда было числом Мерсенна. Сегодня известно всего 47 простых чисел Мерсенна, и наибольшее из них равно $2^{57885161}-1$: оно состоит из более чем 17 млн цифр! Неизвестно, сколько простых чисел Мерсенна может существовать, хотя предполагается, что их бесконечно много.

Мерсенн же пребывал в убеждении, что знания должны быть в свободном доступе. Он создал сообщество, известное как *кружок Мерсенна*, которое собиралось прямо в его монашеской келье. К нему принадлежали, среди прочих, Декарт, Паскаль, Роберваль, Дезарг, Ферма и Гассенди. Хотя группа была создана как Академия Мерсенна, затем она соединилась с другим подобным сообществом, организованным братьями Пьером и Жаком Дюпюи, королевскими библиотекарями. Группа

Дюпюи включала в себя не только математиков, таких как Гюйгенс, но и представителей других наук. Союз из двух групп стал называться *Academia Parisiensis*: это было то самое зерно, из которого позже вырастет Парижская академия наук.

Еще одно подобное сообщество образовалось, хотя и позднее, вокруг философа и теолога Николя Мальбранша (1638–1715). Он также преподавал математику и был членом Конфедерации ораторианцев святого Филиппа Нери. В своей организации он проводил собрания, как у Мерсенна, для обмена информацией о математических открытиях. В данный кружок входили Пьер Вариньон, маркиз Лопиталь и Иоганн Бернулли. Мальбранш сделал очень много для распространения идей Декарта и Лейбница, кроме того, он способствовал изданию книги Лопиталя — первой опубликованной работы на тему нового на тот момент анализа бесконечно малых.

В Англии Фрэнсис Бэкон (1561–1626), который был в большей степени философом, чем ученым, отстаивал необходимость развития экспериментальной науки, в то время презираемой и воспринимаемой как чистое ремесленничество. Также Бэкон доказывал необходимость обмена идеями и результатами экспериментов. Благодаря его влиянию вокруг Теодора Хаака (1605–1690), немецкого дьякона, жившего в Англии, сложилась группа ученых. Она сначала была известна как *Группа 1645* и собиралась в Кембридже, а затем переехала в Лондон, где из нее со временем выросло Королевское общество.

Публикации Мальбранша представляли большой интерес. В то время было сложно издавать научные книги, особенно по математике: у них обычно был ограниченный тираж, и прибыли они не приносили. Немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571–1630) полагал, что книги по математике довольно сложно понять, и в этом заключена причина их непопулярности:

> «Очень тяжелая судьба сегодня у автора математических и особенно астрономических книг [...], и поэтому очень мало хороших читателей. Я сам, хотя и считаюсь математиком, должен прилагать усилия, чтобы читать свои работы».

Распространению научных идей мешало и то, что некоторые авторы не желали публиковать результаты своих работ. Например, Пьер де Ферма так и не написал ни одной книги о своих достижениях. Часто отказ публиковаться был связан с нежеланием вступать в полемику с другими учеными, как это некогда произошло с Исааком Ньютоном после столкновения с Робертом Гуком (1635–1703) по поводу природы света. Также было обычным делом не издавать итоги своей работы в виде книги, а рассказывать о них в письмах друзьям и знакомым. Часто такие открытия получали известность только после смерти автора. Некоторые ученые отказывались публиковать результаты своих исследований, если последние не были полностью закончены. Подобное произошло с Христианом Гюйгенсом (1629–1695), которому, кроме огромной изобретательности, было присуще эстетическое чувство математики: он публиковал только те работы, которые считал идеальными. Следовательно, не было ничего странного в том, что другие опередили его с похожими результатами, а затем возникли споры о том, кто был первым в открытии того или иного явления. Похожий спор шел и по поводу авторства дифференциального исчисления между Ньютоном и Лейбницем.

Обычной практикой для ученых, которых не связывали дружеские отношения, было посылать друг другу свои работы через третьих лиц. Одним из таких посредников между учеными, особенно из разных стран, как раз и выступал Мерсенн. А Генри Ольденбург (1618–1677) был в подобном же деле соединительным звеном между Ньютоном и Лейбницем. Напоследок заметим, что такой обмен был хорошим способом обсудить собственное открытие и выслушать критику от других ученых до того, как оно будет представлено публично.

НАУЧНЫЕ СООБЩЕСТВА XVII ВЕКА

Распространению научных знаний по всей Европе ощутимо способствовали специальные сообщества и журналы, делавшие открытия в любой научной области достоянием общественности. Первой научной академией, которая была задумана как место встреч ученых для обмена опытом и знаниями, стала Академия Деи Линчеи (Академия рысьеглазых). Ее основал в 1603 году в Риме ученый и дворянин Федерико Чези (1585–1630), однако после его смерти в 1630 году ее деятельность сошла на нет. Самым знаменитым ее членом был Галилео Галилей. В 1657 году во Флоренции Фердинандо II, герцог Тосканы, и его брат Леопольдо Медичи создали Accademia del Cimento (Академия опыта), которая просуществовала только десять лет. Среди ее членов выделяются ученики Галилея: математик Винченцо Вивиани (1622–1703) и физик Эванджелиста Торричелли (1608–1647), изобретатель барометра, прибора для измерения атмосферного давления.

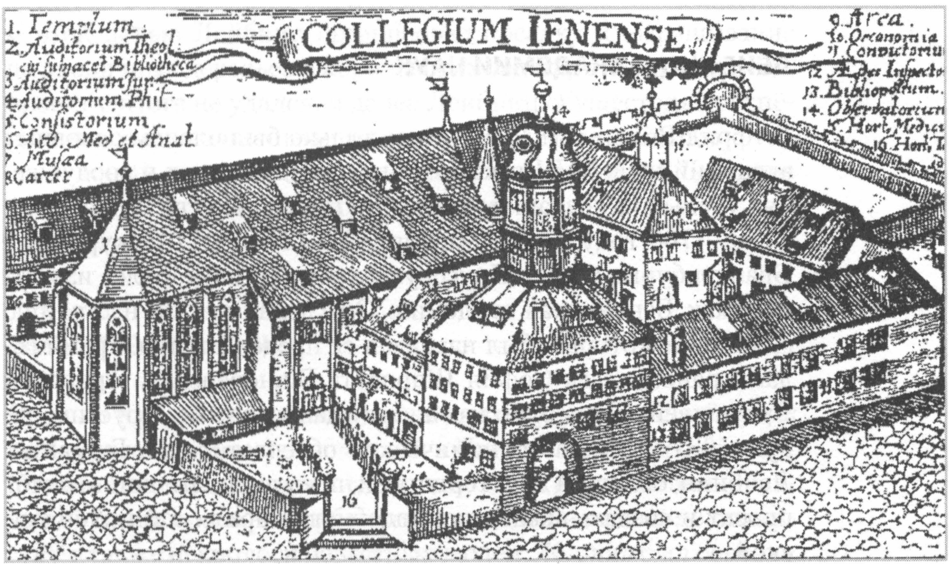
Но самое важное научное объединение того времени, которое продолжает свою деятельность и сегодня,— это Королевское общество, возникшее в 1660 году в результате слияния групп ученых из Лондона и Оксфорда. Его члены собирались раз в неделю, чтобы пообщаться на темы натурфилософии и связанных с ней областей: медицины, механики, оптики, геометрии... В 1662 году был назначен куратор экспериментов, обязанный на каждом собрании делать доклад о каких-либо новых научных открытиях и подтверждать их соответствующими экспериментами. Первым человеком, выбранным на эту должность, был Роберт Гук. С целью подчеркнуть, что научный прогресс основывается на истинах, доказанных экспериментально, а не на мнении влиятельных людей, общество избрало лозунг *Nullius in verba*, то есть «Ничьими словами». Его членами в то время являлись: Роберт Бойль, Роберт Гук, Готфрид Лейбниц, Джон Уоллис, Исаак Ньютон, Христиан Гюйгенс и Антони ван Левенгук. С 1663 года общество стало официально называться Royal Society of London for Improving Natural Knowledge (Лондонское королевское общество по развитию знаний о природе).

В 1666 году во Франции министр Людовика XIV Жан-Батист Кольбер с одобрения короля создал Академию наук, главная цель которой была следующей: «Воодушевить и защи-

ВВЕРХУ СЛЕВА:
Памятник Лейбницу в Лейпциге, его родном городе. Работа Эрнста Юлиуса Хенеля (1811–1891).

ВВЕРХУ СПРАВА:
Эрхард Вейгель, преподаватель Лейбница. Портрет руки неизвестного автора.

ВНИЗУ:
Гравюра, изображающая Йенский университет около 1600 года. Там в 1663 году Лейбниц провел один семестр и познакомился с Эрхардом Вейгелем.



тить исследовательский дух и способствовать прогрессу наук и их применению».

В нее входили самые уважаемые ученые того времени, такие как Декарт, Паскаль или Ферма. Здесь так же, как и у Королевского общества, существовала традиция приглашать ученых из других стран. В 1699 году членами Академии стали первые восемь иностранцев: Исаак Ньютон, Готфрид Лейбниц, братья Иоганн и Якоб Бернулли, Винченцо Вивиани, польский астроном Ян Гевелий, нидерландский естествоиспытатель Николас Хартсоекера и немецкий математик, физик, врач и философ Эренфрид Вальтер фон Чирнхаус.

Кроме научных сообществ, стоит обратить внимание на важность, которую приобрели некоторые частные коллекции, получившие название *кунсткамер,* или *кабинетов редкостей*, где можно было найти все что угодно. У Мерсенна был частный кабинет физических приборов. Одним из самых известных считался кабинет иезуита Афанасия Кирхера (1602–1680), который находился в Риме и содержал, среди прочего, окаменелости, кристаллы, зубы и рога носорога.

ЛЕЙБНИЦ И АКАДЕМИИ НАУК

Готфрид Вильгельм Лейбниц не только был членом основных академий наук XVII века, но также поддерживал и воодушевлял ученых на создание многих других сообществ.

В 1700 году принц Фридрих III (1657–1713), курфюрст Бранденбурга, создал Прусскую академию наук, более известную как Берлинская академия. Он сделал это по настоянию Лейбница, который был назначен ее председателем. Тремя годами ранее, когда София Шарлотта Ганноверская, герцогиня Брауншвейг-Люнебургская и будущая королева Пруссии, задумала создание астрономической обсерватории в Германии, Лейбниц, большой друг герцогини, предложил расширить этот проект и создать академию, подобную Парижской и Лондонской.

В качестве председателя Берлинской академии Лейбниц издал ряд документов, указывающих, как должна строиться деятельность нового научного общества. Академия должна была развивать как теорию, так и практику, чтобы ее знаниями пользовались не только деятели искусства и науки страны, но также промышленность и торговля. Научное общество должно было обращать особенное внимание на фундаментальные науки, такие как математика и физика, хотя в эти понятия включалось намного больше, чем можно представить себе сегодня. Лейбниц разделял математику на четыре части: геометрию, включая анализ; астрономию и связанные с ней области (географию, хронологию, оптику); архитектуру (гражданскую, военную, морскую), в которую также включались живопись и скульптура; а также механику с ее технологическим применением. В свою очередь, в понятие физики входили химия и науки о животных, растениях и минералах.

Озабоченный проблемами финансирования Академии, Лейбниц добился для общества монопольного права разработки и продажи календарей. Позже он представил проект шелководства (разведения шелковичных червей), чтобы достать средства и обеспечить экономическое выживание Академии. С этой целью Лейбниц организовал посадку и выращивание шелковичных деревьев в королевских садах Потсдама. Правда, проект в итоге не удался, и далее Лейбниц осуществлял эксперименты с шелковичными червями в собственных садах.

Ученый также попытался основать академии в Дрездене и в Вене, но из этого ничего не получилось.

НАУЧНЫЕ ЖУРНАЛЫ

Первым научным журналом можно назвать *Journal des Sçavans* (*«Журналь де саван»*), вышедший в Париже в январе 1665 года. Однако тематика данного издания не была исключительно научной, поскольку в нем публиковались статьи по законодательству, а также некрологи известных людей. Журнал был основан советником парламента Дени Салло под покровительством министра Кольбера. В нем было рассказано о некоторых открытиях Лейбница, а также о работах Декарта, Гука и Гюйгенса. Во время Французской революции выпуск журнала прекратился; потом он снова появился, но уже стал сугубо литературным изданием.

Полностью научным журналом, самым важным в течение долгого времени, был *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Его первый номер вышел в марте 1665 года. Своим появлением это издание обязано секретарю Королевского общества Генри Ольденбургу. Последний отчетливо понимал необходимость найти средство, которое позволило бы доводить информацию о новейших научных достижениях до сведения всех заинтересованных лиц. Ольденбург публиковал журнал за свой счет с согласия Королевского общества, полагая, что затеял выгодное дело, но он ошибся. Начиная с XVIII века *Philosophical Transactions* стал официальным вестником общества.

Нет ничего более необходимого для продвижения философских идей, чем сообщение о них.

Генри Ольденбург. Philosophical Transactions

В этом журнале впервые были опробованы принципы работы, которые сегодня используются во всех научных изданиях. Независимо от приоритетности статьи Ольденбург посылал ее текст различным людям, чтобы те оценили, представляет ли ее публикация какой-либо интерес.

Также по настоянию Лейбница в 1682 году в Лейпциге начал публиковаться журнал *Acta eruditorum* («Акты ученых»), основанный немецким ученым Отто Менке (1644–1707) и прекративший свое существование в 1782 году. Он издавался на латыни (языке, который понимали все ученые того времени), поэтому был очень популярен. Лейбниц регулярно публиковался в этом журнале, и если просмотреть его выпуски, можно убедиться, что ученого интересовало множество разных тем.

В его первой статье речь шла о квадратуре круга, но во многих других номерах мы находим статьи по оптике, разложению на множители, исследованию наклонных плоскостей и сопротивления балок нагрузке.

Кроме того, Лейбниц создал ежегодный журнал, где печатались статьи, рецензии и интересные результаты исследований членов Берлинской академии. Первый номер этого издания, под названием *Miscellanea Beronilensia*, вышел в 1710 году. Значительная часть статьей в нем принадлежала самому Лейбницу, который писал о таких различных вещах, как, например, его арифметическая машина, математика и механика, изучение происхождения наций на основе лингвистики, открытие фосфора и северное сияние. И это еще без учета его статей в соавторстве.

Мы упомянули ранее, что Лейбниц начал открывать себе дорогу в научные общества благодаря своему арифмометру. Возвращаясь к этой теме, взглянем на эволюцию механических вычислительных устройств.

КАК СЧИТАТЬ БОЛЕЕ ЭФФЕКТИВНО

С тех пор как человек научился считать, он применяет это умение во всех областях своей жизни. С развитием цивилизации сложность вычислений возрастала: приходилось осуществлять каждый раз все более трудоемкие подсчеты, связанные с торговлей, путешествиями, астрономией и так далее. Тогда-то человек и начал придумывать различные способы быстрых и надежных вычислений. Так появились счетные инструменты, призванные механизировать некоторые вычислительные операции. Они позволяли исключить или минимизировать ошибки, которым подвержено любое ручное вычисление.

Первые попытки вычислять проще и качественнее были «пальцевыми». Некоторые приемы позволяют производить с помощью пальцев более сложные операции, чем сложение и вычитание. Например, чтобы быстро умножить на 9, существует правило, состоящее в том, чтобы протянуть две руки и начать считать с края, обычно слева, и загнуть палец, соответствующий числу, на которое мы хотим умножить 9. Для получения результата достаточно сосчитать количество пальцев слева от согнутого (это будет число десятков) и после согнутого (это будет число единиц). На рисунке 3 мы видим, что результат умножения 9×4 равен 36.

Выдающемуся человеку недостойно терять время на рабский труд — вычисление, которое может осуществить любой с помощью машины.

Готфрид Вильгельм Лейбниц

Если мы хотим умножить два числа больше 5, достаточно загнуть на каждой руке количество пальцев, соответствующее результату вычитания 5 из каждого множителя. Загнутые пальцы на обеих руках суммируются и умножаются на 10, и к этому прибавляется произведение числа поднятых пальцев на обеих руках. На рисунке 4 мы можем увидеть результат умножения 8 ($8-5=3$ загнутых пальца, в этом случае на правой руке) $\times 9$ ($9-5=4$ загнутых пальца). Так как у нас загнуто 7 пальцев, а поднято 2 на одной руке и 1 на другой, то произведение $8 \times 9 = 7 \times 10 + 1 \times 2 = 72$.

РИС. 3

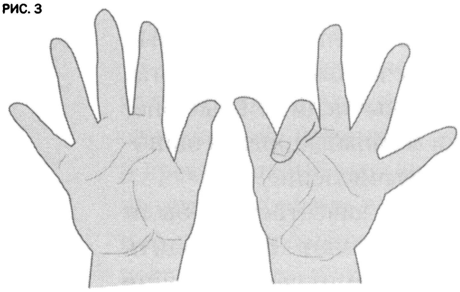
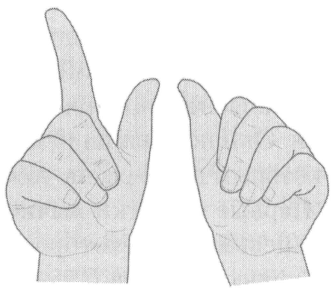


РИС. 4



СЧЕТЫ

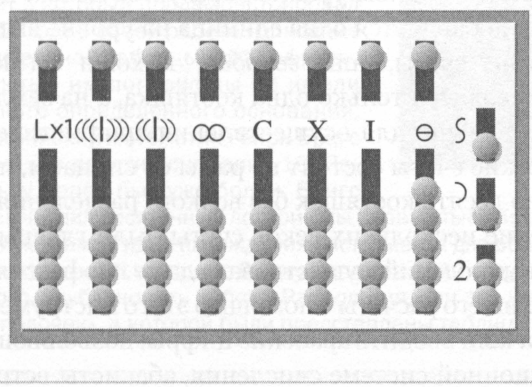
Системы вавилонян, майя, египтян, греков или римлян, среди прочих, позволяли осуществить подсчет, но были сложными для вычислений. Только подумайте об умножении XIII на XXI, пользуясь римскими цифрами. Но так как инженерное дело и торговля должны были развиваться, пришлось придумать методы, позволявшие осуществлять вычисления, необходимые для нужд цивилизации. Так было создано первое в истории вычислительное устройство: счеты.

С небольшими различиями и некоторыми вариациями счеты появились повсеместно почти одновременно более 3000 лет назад. Это было, кроме того, наиболее долговечное изобретение, которое использовалось еще в XX веке.

Возможно, изначально счеты представляли собой всего лишь ряд канавок на песке, куда помещались *calculus* («камешки» на латыни, откуда происходит слово «калькуляция»). Затем их конструкция изменилась. В обиход вошли несколько палочек: на них надевали косточки, с помощью которых осуществляли вычисления.

На рисунке 5 показаны воссозданные римские счеты. В них есть ряд вертикальных линий, где каждая косточка имеет значение в единицу в нижней части и в пять единиц — в верхней.

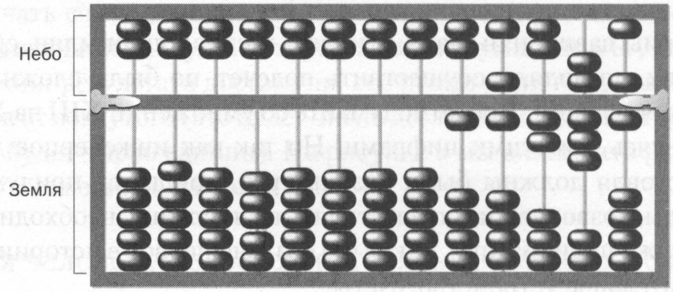
РИС. 5



Изображение римских счетов. Их столбики представляют собой единицы, десятки, сотни, обозначенные римскими символами I, X и C, за которыми следуют единицы, десятки и сотни тысяч. Правая часть использовалась для представления дробей.

Китайские счеты. Читаются справа налево, следуя десятичному порядку: единицы, десятки и так далее. Считаются шарики у центральной поперечины. На счетах представлено число 16 336, поскольку в десятках два шарика в пять единиц равны одной единице разряда выше.

РИС. 6



Имеющиеся символы соответствуют символам римской системы счисления. У некоторых римских счетов были специальные линии для работы с дробями. Широко известны в наше время китайские счеты, называющиеся *суаньпань*, которые можно найти в сувенирных магазинах. Как видно на рисунке, они состоят из деревянной рамки с рядом спиц, разделенных на две части. Верхняя часть, называемая *небо*, имеет две костяшки, каждая из которых равна 5, а в нижней части (*земля*) находятся пять костяшек, каждая из которых равна единице. Способ счета — приближение соответствующих костяшек к центральной разделительной поперечине. Справа налево появляются единицы, десятки, сотни, тысячи и так далее. Каждый раз, когда на одном уровне образуется целый десяток, он удаляется и добавляется одна единица на уровне выше.

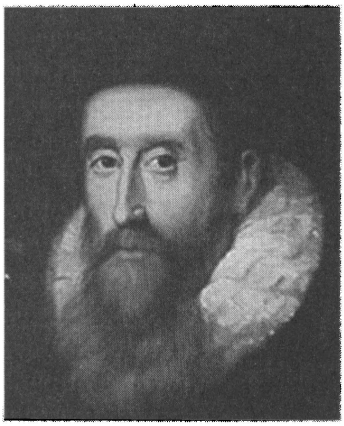
Японские счеты, или *соробан*, похожи на китайские, но в небе находится только одна костяшка, а на земле — четыре, чего достаточно для осуществления арифметических операций. Русские счеты состоят из рамы со спицами, на которые нанизано по десять костяшек без всякого разделения.

В течение нескольких веков счеты были главным устройством для вычислений; существовала даже профессия абакиста, осуществлявшего расчеты с помощью этого инструмента. Когда в Европе начали вводить арабские цифры, позволяющие перейти к позиционной системе счисления, абакисты встретили нововведения крайне враждебно, призывая оставить классический способ вычисления. Известна иллюстрация, сделанная Грегором Рейшем для работы *Margarita philosophica* (*«Жемчужина философии»*), на которой встречаются абакист, в данном случае Пифагор, и Боэций — алгорист, использующий новые арабские цифры. Несмотря на свои явные преимущества, позиционная система счисления полностью прижилась в Европе только в XVI веке.

НЕПЕР: ТАБЛИЦЫ И ЛОГАРИФМЫ

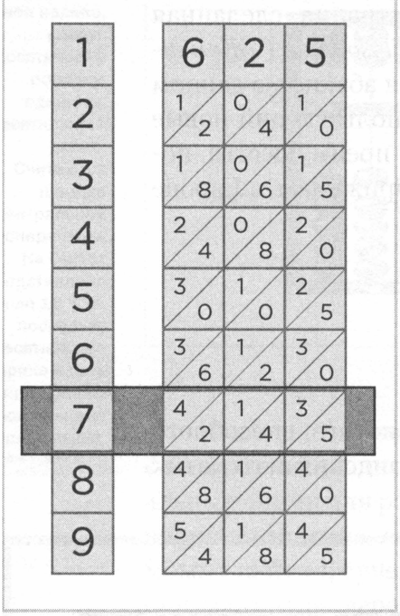
До XVII века не было изобретено ничего нового, способного упростить вычисления. В 1617 году шотландский математик

ДЖОН НЕПЕР



Джон Непер (1550–1617), барон Мерчистон, теолог и математик. Главной в своей жизни он считал религию, а математикой занимался ради развлечения, но вошел в историю науки как создатель логарифмов — инструмента, над которым работал более 20 лет и который продемонстрировал в 1614 году в своей работе «Описание удивительной таблицы логарифмов». Открытые им логарифмы не имели никакого определенного основания, но английский математик Генри Бригс убедил его ввести основание 10. Поскольку Непер был уже болен, Бригс сам вычислил десятичные логарифмы первых тысячи чисел. Основываясь на той же самой идее нахождения инструмента для облегчения арифметических операций, он помог Джону Неперу в 1617 году, то есть в год смерти ученого, опубликовать работу «Рабдология, или две книги о счете с помощью палочек», в которой были представлены *таблицы Непера.*

РИС. 7



Джон Непер опубликовал свой труд, который стал известен как *«Рабдология»*. В нем ученый представил ряд таблиц, позволявших превратить произведение в сумму, а деление — в вычитание. Эти таблицы получили название *палочек Непера.* Изобретение состояло из ряда вертикальных столбцов: в каждом из них имелось девять квадратов, разделенных на две части диагональной чертой, кроме самого верхнего. В верхнем квадрате стояло число, которое нужно было умножить, а нижние квадраты содержали результат умножения этого числа на два, три, четыре и так далее до девяти.

С помощью данного изобретения можно было умножать большие числа. Следовало взять соответствующие колонки, чтобы цифры в верхних квадратах образовали искомое число. После этого нужно просто сложить между собой значения из соответствующей строки с учетом их разрядности. Так, для умножения числа 625 на 7 в соответствующем ряду умножения получались значения 4 для тысяч, 3 = 2 + 1 для сотен, 7 = 4 + 3 для десятков и 5 для единиц. То есть 625×7 = 4375. Мы можем убедиться в этом, взглянув на рисунок 7. Если нужно умножить бóльшие числа, достаточно выбрать каждый ряд цифр второго множителя и последовательно сложить числа, полученные предыдущим способом. Чтобы умножить 2134 на 732, необходимо распределить таблицы так, как показано на рисунке 8. Суммируются значения, соответствующие каждому множителю. Следует учитывать, что когда мы складываем по диагонали, а сумма больше девяти, как в случае с десятками произведения 2134×3, мы помещаем на их место единицы, а десятки этого результата прибавляются к следующей цифре.

Произведение сводится к тому, чтобы провести серию сложений, поскольку произведения для каждой цифры уже име-

РИС. 8

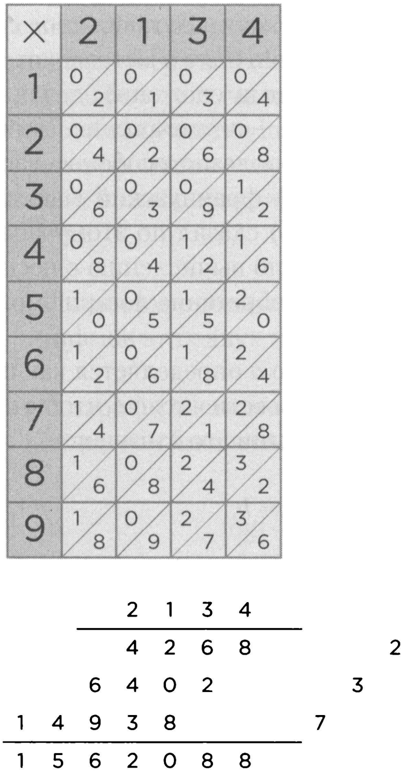


РИС. 9

ются в таблице. Чтобы провести деление, требуется обратный процесс, вычитание. Если мы хотим разделить 4312 на 625, нужно взять таблички, соответствующие делителю (625), и выполнить все операции умножения в каждой линии с целью найти наиболее близкое к делимому (4312) число, меньшее его. Таким образом мы получаем частное (6), как видно из рисунка 9. Наконец, чтобы найти остаток от деления, мы должны вычесть из 4312 значение 3750, что дает нам в результате 562.

Также с помощью таблиц можно совершать возведение в степень, извлечение квадратного и кубического корня.

Непер вошел бы в историю математики, даже если бы не создал этих способов быстрого вычисления. В своей книге, опубликованной ранее, в 1614 году, он представил свое самое важное изобретение: логарифмы. Речь идет о методе, который позволяет превращать произведение в сложение, деление — в вычитание и возведение в степень — в умножение. Упрощение подобных операций было очень полезно, особенно в астрономических вычислениях. Великий французский математик Пьер-Симон де Лаплас (1749–1827) сказал по этому поводу: «Похоже, что сокращением работы по вычислению с нескольких месяцев до нескольких дней изобретение логарифмов удвоило жизнь астрономам».

Логарифм числа b по основанию a определяется как показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b. В символьном выражении это означает:

$$\log_a b = x \leftrightarrow a^x = b.$$

Например, логарифм 81 по основанию 3 равен 4 ($\log_3 81 = 4$), поскольку $3^4 = 81$.

Нахождением логарифма называется операция, обратная возведению в степень, точно так же, как вычитанием является действие, обратное сложению. Если у нас есть значение суммы и мы знаем одно из слагаемых, поиск другого слагаемого означает вычитание из суммы значения известного слагаемого; следовательно, это обратные операции. Точно так же, если мы знаем значение степени и ее показатель, найти основание равносильно извлечению корня, то есть нахождению корня той же степени из значения данной степени. А если мы знаем основание, нахождение показателя степени превращается в нахождение логарифма по этому основанию значения этой степени. Поскольку сумма двух чисел обладает свойством коммутативности, то есть порядок слагаемых не меняет сумму, у этой операции есть только одна противоположная. Поскольку возведение в степень некоммутативно, существуют две обратные операции, в зависимости от того, известно ли основание или показатель степени.

Наряду с логарифмами по основанию 10, которые обычно просто сокращаются как log или lg, без указания основания, также широко используются логарифмы по основанию e, трансцендентного числа из той же серии, что и знаменитое число π. Эти логарифмы получили название ***натуральных логарифмов*** и обычно обозначаются ln или $\log_e$.

Укажем основные свойства, на которых основывается вычисление с помощью логарифмов и которые верны для любого основания.

— Логарифм произведения двух чисел равен сумме логарифмов этих двух множителей: $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$.

— Логарифм частного двух чисел равен разности между логарифмом числителя и логарифмом знаменателя:

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

— Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания: $\log a^b = b \cdot \log a$.

Из вышеперечисленных свойств видно, что операции заменяются другими, более простыми. Изначально для применения данного метода было необходимо напрямую работать с таблицами логарифмов.

Метод логарифмического исчисления сразу же взяли на вооружение современики, которые смогли оценить те удобства, которые он обеспечивал. И очень быстро были созданы первые механические инструменты, упрощавшие использование логарифмов.

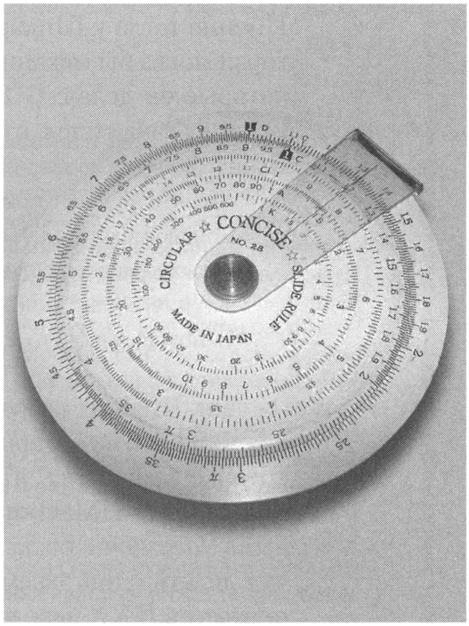
Считается, что английский астроном и математик Уильям Отред (1575–1660) был первым, кто применил греческую букву π для обозначения соотношения между длиной окружности и ее диаметром. Также ему приписывается использование символа $\times$ для обозначения умножения и сокращенных обозначений sin и cos для тригонометрических функций синус и косинус. Но в историю он вошел благодаря изобретению в 1621 году *логарифмической линейки.* Отред создал пару таблиц, содержащих значения логарифмов. С их помощью можно было совершать математические операции, перемещая одну таблицу вдоль другой. Любопытно, что когда логарифмическая линейка впервые поступила в продажу, она имела круглую форму и представляла собой ряд концентрических дисков, на которых располагались значения логарифмов и которые вращались вокруг центра. Этот инструмент обычно называют *круглой логарифмической линейкой.*

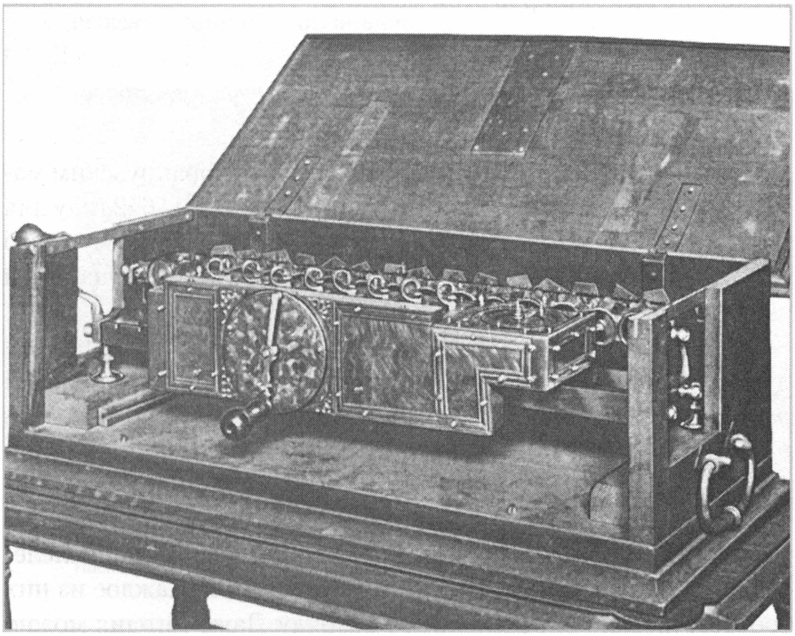
Однако основная конструкция счетных линеек представляла собой статичный брусок с движущейся линейкой в середине. В современных счетных линейках как на статичный брусок, так и на движущуюся линейку нанесены шкалы. С их помощью можно вычислять не только логарифмы, но и тригонометрические и гиперболические функции, не говоря уже о возведении в степень, вычислении корней, умножении и делении чисел.

Счетные линейки стали инструментом, ежедневно используемым архитекторами, инженерами и другими специалистами, пока в последней трети XX века не получили популярность инженерные калькуляторы, в которые уже были включены вычисления логарифмов.

МЕХАНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА

Первую в истории счетную машину создал немецкий ученый Вильгельм Шикард (1592–1635). Он был преподавателем арамейского и древнееврейского языков, лютеранским священнослужителем, теологом, топографом, астрономом и математиком. С 1613 по 1619 год Шикард служил дьяконом в Нюртингене, где познакомился с Кеплером. Последний попросил Шикарда, имевшего известность прекрасного гравера, подготовить серию гравюр и ксилографий для его работы «Гармония мира». Также он попросил его помощи в вычислении ряда таблиц.





ВВЕРХУ СЛЕВА:
Гравюра, сделанная Грегором Рейшем для своей книги «*Жемчужина философии*» (1508). На ней показано соревнование между абакистом (Пифагором) и алгористом (Боэцием).

ВВЕРХУ СПРАВА:
Круглая логарифмическая линейка — прибор, созданный Уильямом Отредом в 1621 году.

ВНИЗУ:
Прототип арифметической машины, изобретенной Лейбницем.

Именно тогда у Шикарда и возникла идея создать машину, которая могла бы механизировать астрономические вычисления, которые он делал. В 1623 году он объяснял, как ему пришла в голову такая идея, в письме Кеплеру:

> «То, что делали с помощью вычислений, я попытался сделать с помощью механики. Я создал машину, состоящую из 11 полных зубчатых колес и шести неполных; она вычисляет мгновенно и автоматически на основе заданных чисел, складывая, вычитая, умножая и деля их».

Так Шикард разработал машину, основанную, как и счетная линейка, на логарифмах. Она состояла из ряда цилиндров, которые вращались, что было похоже на работу старого кассового аппарата. Машина, которую ученый назвал ***вычислительными часами***, не была построена полностью, поскольку он начал делать один экземпляр для Кеплера, но пожар разрушил прототип. В XX веке на основе схем Шикарда было построено несколько экземпляров этой машины.

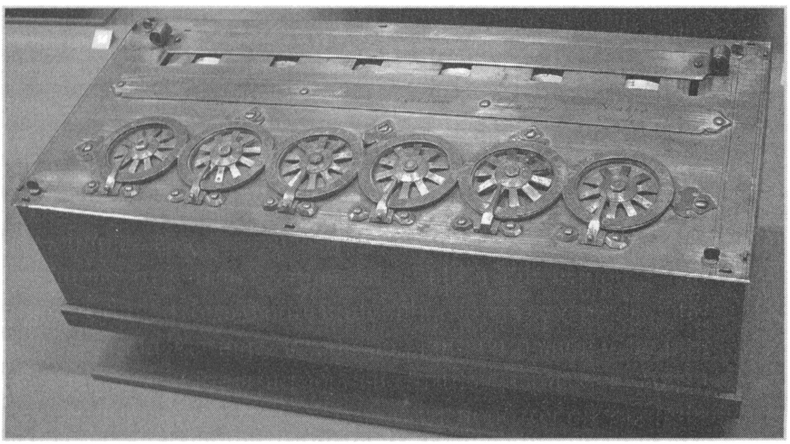
ПАСКАЛИНА

Следующая известная машина была создана французским математиком Блезом Паскалем, разработавшим ее в 1642 году для помощи своему отцу, интенданту Нормандии, которому часто приходилось заниматься утомительными расчетами. Она могла складывать и вычитать.

Данная машина состояла из ряда колес, соединенных между собой и разделенных на десять частей, от 0 до 9. Каждый раз, когда одно колесо делало полный оборот, передвигалось вперед следующее колесо. Для вычитания было достаточно повернуть колесо в противоположном направлении, и когда заканчивался полный оборот, вычиталась единица из следующего круга. Конструкция состояла из коробки в форме параллелепипеда с рядом колес, связанных между собой. Каждое из них соответствовало определенному разряду. Даже сегодня можно

БЛЕЗ ПАСКАЛЬ

Блез Паскаль (1623–1662), физик, математик и философ, с очень юных лет начал посещать научные сообщества своего времени и вошел в состав кружка Мерсенна. Уже в 17 лет Паскаль написал работу *«Опыт о конических сечениях»*, в которой сформулировал теорему, известную как *«теорема Паскаля»*,— она является одной из основных теорем проективной геометрии. Ученый работал с вакуумом и атмосферным давлением, воспроизводя эксперимент Эванджелисты Торричелли. Паскаль открыл основной закон гидростатики. Также он сформулировал закон сообщающихся сосудов. Кроме того, он вычислил площадь фигуры, ограниченной циклоидой. Кавалер де Мере, дворянин, увлеченный азартными играми, задал ученому задачу об игральных кубиках: что более вероятно — выбросить по крайней мере одну шестерку за четыре броска кубика или двойную шестерку за 24 броска двух кубиков? В переписке между Паскалем и французским математиком Пьером де Ферма, посвященной решению этой задачи, были заложены основы теории вероятностей. Также ученый разработал то, что сегодня известно как *треугольник Паскаля*, состоящий из рядов чисел. Каждое число треугольника равно сумме двух расположенных над ним чисел. Данный треугольник используется в теории вероятности. Но, без сомнения, самое известное изобретение Паскаля — его вычислительная машина, *паскалина*, с помощью которой можно было совершать сложение и вычитание.



Паскалина — вычислительная машина, придуманная Паскалем.

найти в некоторых магазинах или в интернете арифмометры, основанные на той же идее.

Сам Паскаль создал фабрику для изготовления паскалины, как было названо это изобретение. Поскольку процесс был полностью ручным, цена конечного продукта оказалась такой высокой, что производство не удалось поставить на поток. В итоге было изготовлено около полусотни машин, из которых сегодня осталось несколько, хранящихся в научных музеях.

В середине 1660-х годов появляются новые машины, на этот раз созданные математиком Сэмюэлем Морлендом (1625–1695), который, кроме того, был дипломатом, шпионом, академиком и в особенности изобретателем: он разработал портативные плиты на пару и водяные насосы. Морленд был знаком с машиной Паскаля и, похоже, также с машиной, сконструированной Рене Грийе де Ровеном, часовщиком Людовика XIV, на которой, как считается, основывалась машина Лейбница. Он создал три вычислительные машины: одну — для осуществления тригонометрических вычислений, другую — складывающую и третью — позволяющую умножать и делить. Последние две машины представлены в книге Морленда *«Описание и применение двух арифметических инструментов»*.

Суммирующая машина имела ряд колес, подобно машине Паскаля, но они были независимы друг от друга. К каждому из них был присоединен маленький круг, указывающий число полных оборотов, которые сделало большое колесо, и количество этих оборотов потом нужно было прибавить вручную. Данная машина была придумана для работы с английской монетной системой и считается первым карманным калькулятором.

Умножающая машина была основана на тех же принципах, что и таблицы Непера. Она состояла из плоской пластинки с несколькими отверстиями, куда можно было поместить ряд взаимозаменяемых дисков, которые были в основном круглой версией таблиц Непера. Некоторые из таких дисков позволяли вычислять квадратные и кубические корни. Есть предположение, что конструкция умножающей машины была придумана под влиянием другой машины, созданной в 1659 году итальянцем Тито Ливио Бураттини (1617–1681).

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ МАШИНА ЛЕЙБНИЦА

Все машины того времени создавались по подобию машины Паскаля. Однако арифметическая машина, разработанная Лейбницем, была гораздо более прогрессивной моделью по сравнению с другими современными ему механизмами. Хотя изначально ученый основывался на том же подходе, что и Паскаль, вскоре он понял: для перехода от сложения и вычитания к более сложным операциям нужен более мощный и сложный механизм.

Механизмы арифметической машины Лейбница. Это была первая машина такого типа, которая позволяла осуществлять четыре базовые арифметические операции.

Возможно, конструкция этой машины уже была продумана Лейбницем в начале 1670-х годов. Во время своего первого визита в Париж он познакомился с наследием Паскаля и наверняка изучал его вычислительную машину. Хотя изначально Лейбниц назвал свою машину *Staffehvalze* (по-английски *Stepped Reckoner*), что-то вроде «ступенчатого калькулятора», далее он говорил о ней как об *арифметической машине*.

Она состояла из двух частей: верхней, статичной, и нижней, наделенной самоходной кареткой. Но ее гениальность — в наличии ряда цилиндров, на которых находилось по девять зубцов различной длины (см. рисунок). Цилиндр был закреплен на оси и соприкасался с зубчатым колесом, прикрепленным к оси, параллельной предыдущей. Когда крутился соответствующий диск с цифрами, цилиндр продвигался вперед или назад, так что зубчатое колесо, приведенное в действие цилиндром, двигалось в зависимости от зубцов, которые могли его при этом цеплять. Данное колесо вращало последний диск, на котором появлялся результат — его можно было увидеть в окошке коробки.

В машине использовались три типа колес: сумма, множимое и множитель. При взаимодействии они позволяли вычислять суммы, разности, произведения и частные.

Первая машина, которую Лейбниц представил в научных сообществах, была прототипом, сделанным из дерева и имеющим проблемы в работе. В основном из-за дефектов изготовления ученый не смог доказать, что она осуществляет вычисления, для которых была предназначена. Позже Лейбниц нашел механика-часовщика, и ему удалось создать металлическую машину, которая работала.

Уже в середине 1670-х годов у Лейбница была машина, осуществлявшая все четыре операции. Он совершенствовал ее всю свою жизнь. Через несколько лет ученый попытался сконструировать ее таким образом, чтобы она работала в двоичной системе, но огромное количество цилиндров, необходимое для промежуточных операций, заставило его отказаться от этой идеи.

В то время механические машины обычно страдали от одной проблемы: они были сложными и очень затратными (если не невозможными) в производстве. Технологии той эпохи не позволяли реализовать конструкции, придуманные гениями. Хотя первые машины появились в начале XVII века, потребовалось еще два столетия на то, чтобы они приобрели популярность и коммерческий успех. Например, только в 1822 году стал продаваться арифмометр — первая механическая машина, созданная французом Шарлем Ксавье Тома де Кольмаром (1785–1870), который стал кавалером Почетного легиона за свое изобретение.

Так же как Исаак Ньютон стал известным в научных сообществах того времени после создания своего телескопа-рефлектора, имя Готфрида Вильгельма Лейбница начало упоминаться в главных академиях благодаря изобретенной им арифметической машине.

ГЛАВА 2

И осуществилось вычисление

В XVI и XVII веках науки, и в частности математика, переживали период своего расцвета. В значительной степени наступивший прогресс был связан с основами анализа бесконечно малых. Были решены многие классические задачи, но их место заняли новые, которые ставила перед учеными природа. Хотя Ньютон и Лейбниц считаются основателями этого анализа, сами они опирались на работы многих других известных математиков.

В конце марта 1672 года Лейбниц впервые приехал в Париж с целью защищать египетский проект, составленный совместно с Бойнебургом. Однако Англия уже вступила в войну с Нидерландами, и Франция сделала то же самое через неделю после его приезда, так что поездка Лейбница оказалась лишена смысла. Тогда он сосредоточился на дипломатических усилиях, стараясь оградить от этого конфликта Германию.

Несколько месяцев ученый провел в ожидании высочайшей аудиенции, отдавая себе отчет, что шансы на успех невелики. Через полгода его вынужденного бездействия в Париж приехал Фридрих фон Шёнборн, племянник курфюрста Майнца и зять Бойнебурга. Целью фон Шёнборна было принять участие в официальных мирных переговорах и предложить провести мирный конгресс в Кёльне. Не добившись никакого положительного результата, фон Шёнборн позже вместе с Лейбницем уехал в Англию.

Смерть Бойнебурга, случившаяся в следующем месяце, оказалась тяжелым ударом для Лейбница. Барон поддерживал его в научной деятельности и особенно помог ему наладить связи с учеными, политиками и государственными людьми, которые помогли последнему добиться должности советника курфюрста Майнца. Сам Лейбниц говорил о Бойнебурге как об «одном из самых великих людей этого века, особая дружба с которым была [для него] большой честью».

БЕСЕДЫ С УЧЕНЫМИ

Во время ожидания аудиенции Лейбниц воспользовался возможностями, которые предоставлял Париж, и встретился с многими известными учеными и интеллектуалами.

Летом 1672 года он навестил великого нидерландского ученого Христиана Гюйгенса, с научной работой которого он был частично знаком. Во время этой встречи Лейбниц показал ему первую модель своей арифметической машины, выполненную из дерева и еще далеко не совершенную. Позже Гюйгенс писал Ольденбургу: данная машина — большое достижение, даже несмотря на то что ее необходимо усовершенствовать.

Лейбниц также ознакомил Гюйгенса со своими наработками по суммированию бесконечных рядов — одной из проблем, больше всего занимавших математиков того времени. Тот посоветовал ему изучить сочинения английского математика Джона Уоллиса, а также Грегуара де Сен-Венсана (1584–1667), работу которого ученый прочел в королевской библиотеке. Другая важная встреча состоялась у Лейбница с королевским библиотекарем Пьером де Каркави, который очень хотел посмотреть на арифметическую машину. Также Лейбниц выполнил несколько его поручений, например оценил работу, связанную с вакуумом, написанную немецким физиком Отто фон Герике (1602–1686). Этот ученый был изобретателем вакуумного насоса и в 1654 году осуществил знаменитый эксперимент с *магдебургскими полушариями*. Герике соединил два полушария диаметром 50 см и создал между ними вакуум. С каждой стороны получившейся сферы он поставил по восемь лошадей, тянувших за полушария, чтобы разделить их, но им этого не удалось.

Провалив дипломатическую миссию во Франции, Лейбниц получил указание сопровождать фон Шёнборна в Англию

ХРИСТИАН ГЮЙГЕНС

Христиан Гюйгенс (1629–1695), родившийся в Гааге, был одним из самых известных ученых своего времени. Он был математиком, физиком, астрономом и изобретателем. Гюйгенса связывали дружеские отношения с философом и математиком Рене Декартом, который оказал большое влияние на его исследования. В качестве посла Нидерландов Гюйгенс посетил такие города, как Копенгаген, Рим и Париж. В Париже он и обосновался в 1660 году. В следующем году ученый поехал в Лондон и там был принят в Королевское общество. В 1666 году он возвратился в столицу Франции, где стал членом Парижской академии наук.

Научные достижения
Гюйгенс был отличным шлифовщиком линз и построил много телескопов, причем некоторые из них были огромного размера. Он открыл кольца Сатурна (первым их наблюдал Галилей, но не понял, что это такое), а также спутник Сатурна, Титан. Когда Европейское космическое агентство отправило зонд для исследования Титана, оно назвало его в честь ученого — зонд «Гюйгенс». В математике Гюйгенс стоял у истоков создававшейся в то время теории вероятностей и изучал длины различных кривых, таких как циссоида или циклоида, а также площади ограниченных ими фигур. Таким образом, он внес вклад в создание анализа бесконечно малых. Кроме того, Гюйгенс работал над некоторыми аспектами механики, в особенности над теорией колебаний и над принципом сохранения «живой силы». В оптике ученый разработал волновую теорию света.

и затем вернуться в Майнц через Нидерланды. Он намеревался добиться того, чтобы обе нации начали мирные переговоры. Итак, Лейбниц поехал в Лондон в начале 1673 года. Оказавшись там, он встретился с немецким теологом и дипломатом Генри Ольденбургом, который созвал заседание Королевского общества, чтобы ученый мог представить свою арифметическую машину. Вообще, во время пребывания в Лондоне Лейбниц смог присутствовать на нескольких заседаниях Королевского общества. По случайности он пропустил одно из них, на котором Гук сделал несколько нелестных комментариев о его машине, в то время работавшей, как мы уже упомянули, не очень хорошо.

Надо сказать, что Роберт Гук — один из самых значительных ученых-экспериментаторов в истории. Его интересовали совершенно разные дисциплины. В 1662 году он занимал в Королевском обществе должность куратора экспериментов. В его обязанности входило делать еженедельный доклад, посвященный новым открытиям, и проводить публичные эксперименты, эти открытия подтверждающие. В 1677 году он стал секретарем Общества. Ученый утверждал, что у него были идеи, затрагивающие многие великие открытия его времени, однако другие развивали и публиковали их быстрее, чем он. Из-за этого он всегда был вовлечен в многочисленные споры об авторстве того или иного открытия. Особое место занимает его полемика с Исааком Ньютоном по поводу приоритета в открытии закона всемирного тяготения. Ненависть между ними достигла такой степени, что после смерти своего оппонента Ньютон уничтожил все его портреты, поэтому Гук является единственным членом Королевского общества, чей облик нам неизвестен.

В любом случае Лейбниц был так доволен своим участием в собраниях Общества, что подал заявку на вступление в него до того, как покинул Лондон, и его приняли в середине апреля.

На встрече с Сэмюэлем Морлендом оба ученых продемонстрировали друг другу свои вычислительные машины. Лейбниц также навестил Роберта Бойля и познакомился с математиком Джоном Пеллом (1611–1685), с которым обсуждал методы нахождения суммы ряда и метод разностей, изобретенный Лейбницем для вычисления суммы рядов.

До того как ученый покинул Англию, он получил новость о смерти курфюрста Майнца, так что дипломатическая миссия, которую ему поручили, была отложена. Это позволило ему не ехать в Нидерланды и вернуться в Париж.

СОВЕТНИК ПРИ ГАННОВЕРСКОМ ДВОРЕ

В 1675 году Лейбниц находился в Париже, не имея никаких конкретных поручений. Было очевидно, что он хочет остаться в столице Франции, чтобы принять участие в научной революции. Из-за этого он отказался от должности секретаря первого министра короля Дании и от должности советника герцога Иоганна Фридриха Ганноверского. В конце года ученый попытался получить оплачиваемое место в Парижской академии наук, однако Академия ответила, что Гюйгенс и Кассини занимают все предназначенные для иностранцев места.

Лейбниц написал герцогу Иоганну Фридриху Ганноверскому под предлогом разговора об арифметической машине (к тому времени она получила большую похвалу в Академии, так как ученый представил исправно работающий экземпляр) и заодно согласился на должность, которую тот ему предложил несколько месяцев ранее. В январе 1676 года он занял должность советника, одновременно получив назначение советником нового курфюрста Майнца.

Лейбниц пытался не оставлять Париж и время от времени ездил в Ганновер и Майнц. Он старался поддерживать политические связи и не терять прямого контакта с Академией, а также с учеными и философами, которые посещали город. Благодаря поездкам он мог сообщать о наиболее важных достижениях науки своим покровителям.

В течение нескольких месяцев Лейбницу поступали из Ганновера требования немедленно переехать в этот город, но он тянул с ответом. В итоге ученому поставили ультиматум, поскольку он должен был не только стать советником, но и занять вакантное место библиотекаря герцогской библиотеки. Благодаря этой должности он много разъезжал, покупая частные собрания книг, в которых попадались интересные экземпляры для герцогской библиотеки.

В конце концов в начале октября 1676 года Лейбниц покинул Париж. Больше он туда никогда не возвращался. Путь Лейбница лежал из Кале через Лондон: там он снова встретился с Ольденбургом, которому показал улучшенный прототип арифметической машины, а также с библиотекарем Королевского общества, математиком Джоном Коллинзом, оставшимся под большим впечатлением от эрудиции Лейбница.

БЕСКОНЕЧНЫЕ РЯДЫ

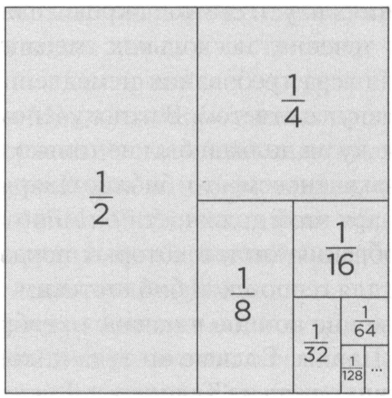
Кроме арифметической машины одним из первых результатов своих исследований, с которыми Лейбниц познакомил Королевское общество, был метод нахождения суммы членов бесконечных рядов.

СУММА ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

Первая известная сумма бесконечных членов найдена для так называемой *геометрической прогрессии*. Результаты вычисления суммы этого ряда фигурируют уже в папирусе Ринда. Задача заключается в том, чтобы найти сумму бесконечного количества степеней, основание которых — число, меньшее единицы. Самый традиционный пример — сумма геометрической прогрессии:

$$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4+\ldots=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots=1.$$

Этот процесс нагляден: возьмем за единицу площадь квадрата, который мы разделим на две части, и одну из них — снова напополам; из двух оставшихся частей одна снова делится посередине, и теоретически можно продолжить данный процесс до бесконечности. Суммой всех полученных нами фигур является исходный квадрат, то есть единица. С этим типом рядов, которые обычно представлены следующим выражением:



Математики всегда искали формулы, которые бы позволили с легкостью складывать большое число членов. Уже в античности были известны суммы членов рядов первых степеней: n, n^2 и n^3.

$$1+2+3+4+5+6+7+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2},$$

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6},$$

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}=\frac{n^4}{4}+\frac{n^3}{2}+\frac{n^2}{4}.$$

$$\sum_{n\geq 0} r^n = 1+r+r^2+r^3+r^4+\ldots,$$

знакомы и работают ученики средней школы. Чтобы найти значение суммы, нам нужно сложить n членов геометрической прогрессии, а затем умножить эту сумму на знаменатель прогрессии r. Затем вычитаем одно выражение из другого:

$$\begin{array}{rl} S = & 1+r+r^2+r^3+r^4+\ldots+r^n \\ - \; r\cdot S = & r+r^2+r^3+r^4+r^5+\ldots+r^{n+1} \\ \hline S-r\cdot S = & 1 \quad - \quad r^{n+1} \end{array}.$$

Таким образом мы можем выделить S и получить значение суммы, которое мы искали:

$$S=\frac{1-r^{n+1}}{1-r}.$$

Теперь, если принять, что r имеет значение, меньшее 1, и что вместо сложения n членов мы складываем бесконечное количество, значение r^{n+1} становится нулем, и, следовательно, сумма сводится к:

$$S=\frac{1}{1-r}.$$

Но с самого начала математики были очень заинтересованы в изучении конкретного случая, когда сумма бесконечного числа членов дает конечное значение. Над этой проблемой работали, например, Демокрит и Архимед.

На основе геометрического ряда

$$\sum_{n\geq 1} r^n$$

в Средние века исследовали ряды степеней, в которых менялись местами основание и показатель степени, например:

$$\sum_{n\geq 1} n^r.$$

Вскоре было замечено: если показатель степени r положительный, а n — целое число, сумма превращается в бесконечность. Когда показатель степени r отрицательный, получаются степени дробей, меньших единицы, то есть сумма

$$\sum_{n\geq 1} \left(\frac{1}{n}\right)^r,$$

где r больше единицы.

Французский математик Николай Орезмский (1323–1382) получил много результатов, исследуя ряды, и первым доказал, что *гармонический ряд*, то есть ряд, составленный из членов, обратных числам натурального ряда, для $r = 1$ является расходящимся. Следовательно, сумма большого числа членов стремится к бесконечности. В то время доказательства приводили в буквальном виде, описывая шаги, которые нужно сделать, но мы рассмотрим это искусное рассуждение, пользуясь более привычными символами. Орезмский сгруппировал члены, то есть у него был первый член, два следующих, четыре следующих, восемь следующих и так далее:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\ldots=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)+\ldots=$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{7}{12}+\frac{533}{840}+\ldots$$

Так получается ряд дробей, каждая из которых больше 1/2, то есть сумму ряда можно сделать больше любого указанного числа, просто взяв достаточное число членов ряда.

Индийский математик и астроном Мадхава из Сангамаграма (1350–1425) описал среди прочих бесконечных рядов ряды тригонометрических функций синуса и косинуса. Он также нашел ряд арктангенса:

$$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$$

Через несколько лет шотландский математик Джеймс Грегори (1638–1675) первым в Европе открыл этот ряд, о нем узнал Лейбниц и воспользовался им для выведения первого ряда для числа π, недостатком которого было то, что он очень медленно приближается к истинному значению. Он известен как *ряд Грегори — Лейбница*, хотя другие авторы сегодня его называют *рядом Мадхавы — Лейбница:*

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots + \frac{(-1)^n}{2n+1} + \ldots$$

И Ньютон, и Лейбниц также вычисляли ряды степеней других тригонометрических функций.

Вычисление числа π было постоянным предметом поиска математиков всех времен. Это число определяется как отношение между длиной окружности и ее диаметром. Многие пытались найти наибольшее количество десятичных знаков данного числа, и одним из использованных методов был метод числовых рядов. Он подразумевает, что по мере того, как вычисляется больше членов, появляется большее количество точных знаков после запятой.

Ряды не всегда были суммами. Например, математик Франсуа Виет (1540–1603), один из создателей современной алгебры, представил первое бесконечное произведение, приближающееся к значению π, таким образом:

$$\pi = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}} \cdots$$

Сам Грегори, в свою очередь, пытаясь вычислить площадь круга, пришел к другому выражению для вычисления π:

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\cdot 8\cdot 8\ldots}{1\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7\cdot 9\ldots}.$$

XVII век был временем популярности сумм бесконечных рядов степеней, которые служили для поиска квадратуры фигур, ограниченных различными типами кривых, то есть площади сегмента какой-либо кривой.

ЛЕЙБНИЦ И БЕСКОНЕЧНЫЕ РЯДЫ

Когда в 1672 году Лейбниц навестил Гюйгенса в Париже, он рассказал ему о методе, над которым работал. Он использовался для нахождения суммы членов бесконечных рядов чисел и состоял в том, чтобы учитывать разность между членами последовательности. Если у нас есть ряд членов $a_0<a_1<a_2<a_3<\ldots a_n$, то возьмем разности $b_1= a_1-a_0$; $b_2= a_2-a_1$; $b_3= a_3-a_2$; ..., и тогда нулевая сумма $a_0-a_0+a_1-a_1+a_2-a_2+\ldots+a_{n-1}-a_{n-1}+ +a_n-a_n= a_0+b_1+b_2+\ldots+b_n-a_n= 0$, откуда следует, что сумма разностей равна:

$$b_1+b_2+b_3+\ldots+b_n=a_n-a_0.$$

Лейбниц утверждал, что его метод разностей может быть применен для нахождения суммы любого ряда чисел, построенного в соответствии с правилом, и даже для бесконечных рядов — при условии, что они сходятся.

На той же встрече Гюйгенс задал Лейбницу задачу, которую он сам уже решил, чтобы тот проверил свой метод, — найти сумму чисел, обратных треугольным, то есть следующий ряд:

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\ldots$$

Лейбниц разделил на два каждый член, разложив дроби на разность двух:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\ldots=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\ldots=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1,$$

следовательно, значение искомой суммы членов данного ряда составляет 2 (1 + 1).

Также Лейбниц сформулировал то, что известно как *теорема сходимости знакочередующихся рядов*, то есть рядов, в которых чередуются складываемые и вычитаемые члены. В основном это выражение вида:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\cdot a_n=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-\ldots \qquad при\ a_n\geq 0.$$

Данный критерий впервые появился в письме, адресованном Иоганну Бернулли (1667–1748) в 1713 году.

Для многих математиков критерии сходимости, которыми они пользовались, были основаны на том, чтобы найти частичные суммы ряда членов, например n членов. Они пытались найти упрощенное выражение, связанное с n, а затем изучить, что произойдет, если число членов возрастет до бесконечности. Но не все математики были согласны с данным подходом, поскольку появлялись так называемые *логические парадоксы*, то есть ряды, расходящиеся при одном методе, а при применении других методов — наоборот.

Один из главных парадоксов того времени был связан с нахождением суммы знакочередующегося ряда, в котором $a_n = 1$ для любого n. То есть речь идет о ряде:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n=1-1+1-1+1-1+1-1+\ldots$$

Если взять четное число членов, частичная сумма равна 0, в то время как если взять нечетное число, частичная сумма равна 1. Лейбниц в итоге присвоил этой сумме значение 1/2.

Простое рассуждение для получения этого решения следующее:

$$S = 1-1 + 1-1 + 1-1 + 1 -... = 1 - (1-1 + 1-1 + 1-1 +...) = 1 - S,$$

откуда после упрощения получается $2S = 1$, и, следовательно, искомая сумма равна $S = 1/2$.

Во время визита к Роберту Бойлю Пелл указал Лейбницу на то, что математик Франсуа Рейно уже опубликовал общий метод прерывания рядов с помощью разностей. Ученый ознакомился с данным исследованием, выяснил, что его метод отличается от метода Рейно, и написал свою работу для представления в Королевском обществе. Однако эта работа была встречена довольно холодно, и его даже обвинили в плагиате. Сам Лейбниц позже признал, что там действительно не содержалось никакого нового результата, а вся изюминка заключалась в новом представленном методе.

Провал работы заставил ученого понять, что ему очень не хватает математических сведений: он не знал о многом из того, что уже было опубликовано. Поэтому Лейбниц потратил почти год на самосовершенствование в этой области.

НОВОЕ ЗАНЯТИЕ

Когда Лейбниц покидал Париж, он уже был советником герцога Ганновера, то есть занимал должность, оставшуюся за ним до конца жизни. С 1677 года Лейбниц стал тайным советником герцога Иоганна Фридриха: это была наиболее ответственная и оплачиваемая должность. Решив свои финансовые проблемы, ученый смог использовать возможности, которые давало ему его новое положение, для исследования интересующих его научных проблем. Сначала Лейбниц нехотя согласился на эту должность, но позднее выражал свое удовлетворение ролью, которую играл.

Став библиотекарем герцога, он начал расширять библиотеку, заполняя ее книгами из всех самых важных областей знания, больше заботясь о качестве, чем о количестве, для чего использовал собственный опыт и связи в ученом мире. Новое занятие позволяло ему ездить в другие города в поисках интересных книг для герцогской библиотеки. Например, в 1678 году Лейбниц посетил Гамбург, чтобы купить библиотеку Мартина Фогеля, последователя немецкого ученого Иоахима Юнга.

По возвращении он написал для герцога ряд сочинений на такие разнообразные темы, как улучшение государственного управления, организация архивов, практика сельского хозяйства и работа на фермах. В них Лейбниц доказывал, что, заботясь об увеличении благосостояния народа, нужно иметь четкое представление об имеющихся в распоряжении ресурсах, как человеческих, так и природных. Кроме того, он изложил герцогу идею, которая только начинала зарождаться в его голове: создать в Германии академию наук. Лейбниц даже представил ряд изобретений, предназначенных для повышения эффективности горнодобывающей промышленности, таким образом намереваясь получить средства на создание этого учреждения.

Несмотря на то что Лейбниц обосновался в Ганновере, он не потерял связи с образованными людьми и учеными Лондона и Парижа. Он продолжал получать информацию о достижениях науки и вел переписку с влиятельными людьми своего времени. Например, в то время ученый переписывался с Анри Жюстелем (1620–1693), который был секретарем короля Франции, хотя позже и переехал в Англию. Для Жюстеля Лейбниц осуществил небольшое исследование истории графского рода Ловенштайн. Это была первая написанная им историческая работа.

ПОД НОВЫМ РУКОВОДСТВОМ

Герцога Иоганна Фридриха сменил его брат Эрнст Август (1629–1698), герцог Брауншвейг-Люнебургский, который позже стал первым курфюрстом Ганновера, то есть одним из тех, кто имел право участвовать в выборах императора Германии.

После прибытия в Ганновер Лейбниц познакомился также с Софией (1630–1714), супругой Эрнста Августа. Она была дочерью Фридриха V, короля Богемии, и Елизаветы Стюарт, принцессы Баварии, Шотландии и Англии, а также внучкой Якова I, короля Англии (он же Яков VI, король Шотландии). Следовательно, София являлась претенденткой по прямой линии на трон Великобритании как самая прямая протестантская наследница королевы Англии, и только ее смерть за два месяца до кончины королевы Анны Стюарт помешала ей взойти на трон. Ее сын Георг Людвиг позже стал королем Англии под именем Георга I и основателем Ганноверской династии.

Отношения между Лейбницем и Софией становились с годами все более близкими и в итоге вылились в крепкую дружбу. Принцесса очень интересовалась интеллектуальной деятельностью во многих сферах, которые она часто обсуждала с Лейбницем, что подтверждает существующая обширная переписка.

Должности Лейбница были сохранены. Он написал доклад для нового герцога, где сообщал о деталях своей карьеры и о ряде проектов, которые задумал. Лейбниц предложил дополнить герцогскую библиотеку лабораторией и музеем, а также создать герцогскую типографию. В документе, направленном первому министру Францу Эрнесту фон Платену (1631–1709), он предложил свои услуги для составления истории династии Брауншвейг-Люнебург. Лейбниц явно не представлял себе, в какие дебри забирается, поскольку это исследование будет преследовать его всю оставшуюся жизнь.

НОВЫЕ ПРОЕКТЫ

Несмотря на многочисленные задания, которые он получал от герцога, у Лейбница были силы и способность заниматься исследованиями во многих областях науки. В 1681 году Отто Менке посетил Ганновер и встретился с Лейбницем, чтобы поговорить об издании журнала *«Акты ученых»*. Менке также попросил коллегу прислать одну из своих работ для публикации в журнале. Кроме собственных исследований, Лейбниц также писал рецензии на другие сочинения, как, например, на труд Джона Уоллиса по алгебре или на работу математика Жака Озанама, в которой он представлял свои тригонометрические таблицы.

Он продолжал писать сочинения для герцога в абсолютно разных сферах. Например, Лейбниц исследовал методы улучшения организации армии и повышения ее боевого духа и продумывал способы сохранения физического и психического здоровья солдат. Для этого ученый предлагал снабдить их продовольствием, одеждой и подходящими лекарствами, а также использовать их в мирное время на общественных работах, таких как строительство сооружений, дренаж болот и проведение канализации, что сделало бы более сносной рутину военных тренировок. Кроме того, Лейбниц представил проект профилактических средств для борьбы с эпидемией, которая в то время терзала Европу, поскольку врачам не удалось найти никаких средств против нее. Он предложил помешать перемещению зараженных людей и изолировать их.

По поручению герцогского советника Отто Гроте Лейбниц подготовил меморандум об увеличении числа курфюршеств в Германии. В то время существовало восемь курфюршеств — пять католических и три протестантских. В своей работе ученый отстаивал необходимость создания девятого, протестантского. Через несколько лет, в 1692 году, герцог Эрнст Август был объявлен курфюрстом. Лейбниц участвовал в проекте от начала и до конца и после предоставления герцогу избирательного права создал памятную медаль, а также подготовил речь, содержащую исторический обзор, которую зачитал Отто Гроте на процедуре получения титула от императора.

По сути Лейбниц принимал участие в любом политическом деле в Ганновере. Во время одной из поездок в Италию ученый по просьбе принцессы Софии добился политического альянса посредством брака между Шарлоттой Фелицитас, старшей дочерью герцога Иоганна Фридриха, с герцогом Ринальдо из Модены, а также помолвки младшей дочери герцога, Вильгельмины, с королем Венгрии и будущим императором Иосифом I Габсбургским.

Кроме научных исследований самой важной задачей Лейбниц в эти годы была, как мы уже сказали ранее, разработка истории династии Брауншвейг-Люнебург для герцога. Лейбниц считал, что история и генеалогия стали науками и поэтому для них необходима достоверная документация, основанная на первичных источниках и работах авторов эпохи. Таким образом, ученый добился у герцога пожизненной пенсии и освобождения от обычных обязанностей, чтобы посвятить себя исключительно этому делу.

Кроме того, в то время Лейбниц уже совершил открытие, с которым вошел в историю как один из самых выдающихся математиков: анализ бесконечно малых.

МАТЕМАТИКА В ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ

Ученые Древней Греции создали математику как науку. Предыдущие цивилизации использовали ее для решения практических проблем повседневной жизни. Например, египтяне пользовались теоремой Пифагора для построения прямого угла и с ее помощью могли восстанавливать границы полей, затопленных Нилом. Для греков занятие математикой было самоцелью, их не волновало ее практическое применение. Это не означает, что они также не использовали свои знания для нахождения решений в конкретных ситуациях, но они четко разграничивали, как мы могли бы сказать, теорию и практику. Например, древнегреческие ученые различали арифметику, то есть абстрактную теорию чисел, и логистику, что по-гречески означало «счетное искусство», то есть прикладную арифметику. Они считали важным изучение математики как таковой и посвящали этому свои работы, но в известной степени презирали прикладную математику, с помощью которой решались каждодневные задачи.

В более позднюю эпоху, во время расцвета Александрии, греческие ученые, продолжая культивировать чистую науку, начали развивать и ее прикладную часть. Александрийцы изобрели насосы, чтобы поднимать воду из колодцев, шкивы и системы зубчатых передач, чтобы передвигать большие грузы; они использовали силу воды и пара для движения машин, огонь, чтобы заставить статуи двигаться, или сжатый воздух, чтобы бросать предметы на большие расстояния.

В то время как в предыдущих цивилизациях знания приобретались с помощью опыта, индукции или экспериментов, древнегреческие ученые развивали дедукцию. На основе ряда понятий выводились новые умозаключения при применении строгих дедуктивных правил рассуждения. Например, Аполлоний (ок. 262–190 до н. э.) в своей книге *«Конические сечения»* представил 487 пропозиций, выведенных из аксиом, собранных в *«Началах»* Евклида. Главной целью ученых Древней Греции было желание понять физический мир, они считали математические законы основой природы и полагали, что эти законы необходимы для изучения Вселенной. Это был критический и рациональный способ познания природы.

Древнегреческие математики должны были доказывать свои рассуждения исчерпывающе, не оставляя возможности для каких-либо лазеек. К такому подходу математика вновь обратилась только в XIX веке, и именно благодаря ему древнегреческие работы были настолько совершенны, что невозможно было понять, как получались столь удивительные результаты. Считалось, что определенную роль сыграла изобретательность древнегреческих ученых, некая счастливая мысль, которая помогала им прежде прийти к заключению, а уже потом исчерпывающим образом его доказать. Многие математики начиная с эпохи Возрождения были убеждены в том, что ученые Древней Греции владели каким-то секретным методом. Это видно из следующего комментария Декарта:

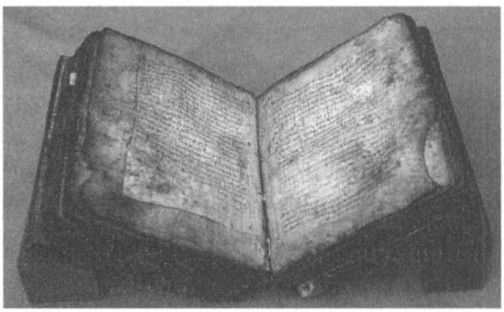
> «Так же как многие ремесленники скрывают секрет своих изобретений, Папп и Диофант, возможно опасаясь, что из-за простоты и легкости своего метода он потеряет ценность, предпочли, чтобы вызвать всеобщее восхищение, представить нам плод своей деятельности как чистую истину, очень тонко выведенную, вместо того чтобы показать метод, которым пользовались».

ПАЛИМПСЕСТ АРХИМЕДА

Палимпсест — это текст, написанный на пергаменте поверх другого текста. Благодаря такой рукописи мы знаем одно из самых важных сочинений Архимеда. Многие работы гения из Сиракуз сохранились для потомков благодаря арабским и латинским копиям. Однако математикам XVI века хотелось понять, каким методом он пользовался, чтобы прийти к своим открытиям. Книги ученого содержали схематические и полные доказательства, но было неизвестно, как он пришел к этим результатам до того, как их доказать. Думали, что у него не было никакого метода открытия своих блестящих идей, а если и был, то он не оставил его для потомков.

«Метод»

В 1906 году датский филолог Йохан Людвиг Гейберг получил новость о палимпсесте математического содержания, хранящемся в монастыре в Константинополе. При помощи фототехники ему удалось скопировать оригинальный спрятанный текст, и то, что он обнаружил, оказалось сочинениями Архимеда. Оригинальный текст — это копия некоторых работ древнегреческого ученого, сделанная в X веке. Поверх него впоследствии были нанесены религиозные тексты. Большинство из найденных работ Архимеда были известны, но среди них также обнаружена единственная известная копия сочинения *«О механическом методе доказательства теорем»*, более известного как *«Метод»*. Данная работа — письмо Архимеда Эратосфену, в нем ученый объясняет метод получения результатов, которые потом он доказывал с максимальной строгостью. При этом Архимед пользуется смесью рассуждений о бесконечно малых и механики для нахождения площадей и объемов. Многие из идей, изложенных в этой работе, появились в математике только через две тысячи лет, в XVII веке. В целом считают, что если бы «Метод» стал известен вместе с прочими сочинениями Архимеда, анализ бесконечно малых был бы создан намного раньше.



Наибольшего расцвета в области вычислений математика добилась в александрийскую эпоху, когда такие математики, как Архимед, Эратосфен и Гиппарх, получили много результатов вычисления длин кривых, площадей и объемов разных фигур. Тем не менее в течение еще многих веков говорили о квадратуре, если речь шла о площади, и о кубатуре для объема. Согласно Паппу, александрийскому математику III–IV веков, кривые можно классифицировать следующим образом.

— Плоские, которые строятся из прямых и окружностей.

— Конические, которые состоят из точек конуса.

— Линейные, то есть все остальные кривые, которые невозможно создать предыдущими методами, такие как спирали, конхоиды, циссоиды и так далее. Эти кривые обычно не рассматривали.

Многие греческие математики были предшественниками современного математического анализа. Например, Папп упоминал математика Зенодора, который в своей книге об изопериметрических фигурах выводил следующие теоремы.

— Среди многоугольников с *n* сторонами одинакового периметра правильный многоугольник имеет наибольшую площадь.

— Среди правильных многоугольников одинакового периметра тот, у которого больше сторон, имеет наибольшую площадь.

— У круга — бóльшая площадь, чем у правильного многоугольника того же периметра.

— Из всех твердых тел одинаковой площади поверхности наибольший объем — у шара.

АРХИМЕД СИРАКУЗСКИЙ

Нельзя начинать разговор об анализе бесконечно малых, не поговорив о главном математике античности. Архимед (ок. 287–212 до н. э.) родился в Сиракузах, греческой колонии на Сицилии, и был сыном астронома Фидия. Он учился в Александрии и вернулся в Сиракузы, где развивал свой талант до самой смерти. Архимед обладал необычайным умом и большим кругом интересов, ему нравилось заниматься как теоретическими, так и прикладными проблемами. Его значимость доказывает фраза философа и писателя Вольтера: «В голове Архимеда было больше воображения, чем в голове Гомера».

Кроме математики, ученый также занимался исследованиями рычага. Известна его фраза: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю». Архимед был первооткрывателем основного закона гидростатики, известного также как закон Архимеда, согласно которому на любое тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости.

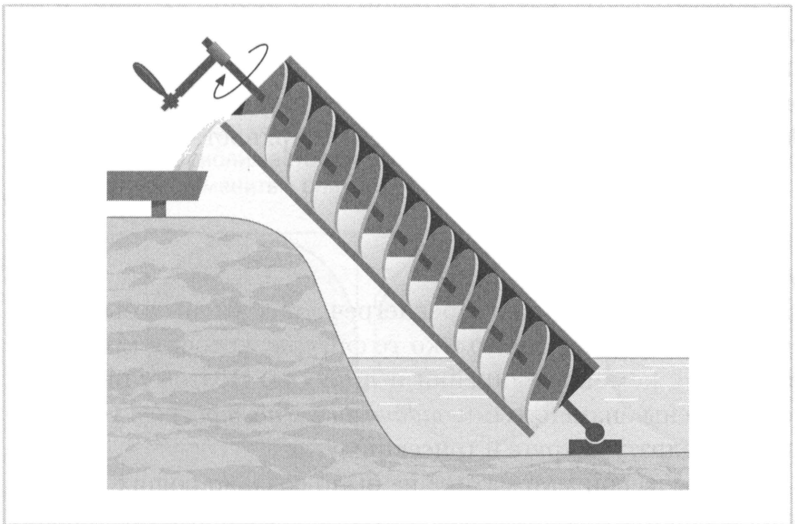
Тот, кто поймет Архимеда и Аполлония, будет меньше восхищаться достижениями самых известных людей своего времени.

Готфрид Вильгельм Лейбниц

С этим законом связана одна из знаменитых историй об Архимеде. Гиерон, тиран Сиракуз, заказал себе корону и выдал ювелиру определенное количество золота. Когда корона была ему вручена, он засомневался: использовал ювелир все золото или смешал его с серебром? Архимед, к которому обратился Гиерон, начал думать над этой задачей и нашел решение... принимая ванну. Согласно легенде, он выскочил из ванной и голым побежал по улицам Сиракуз, крича: «Эврика!» («Нашел!»). Теперь ему было достаточно погрузить в жидкость по очереди слиток золота и слиток серебра, равных по весу короне, и взвесить вытесненную слитками жидкость, а потом проделать то же самое с короной. Так он узнал, что в корону было добавлено серебро.

Работы Архимеда были очень короткими, и в них очень строго доказывались и решались задачи. В названиях автор прямо указывал тематику: *«О квадратуре параболы»*, *«О шаре и цилиндре»*, *«О спиралях»*, *«Об измерении круга»*, *«О плавающих телах»*, *«О равновесии плоских фигур»* и так далее. Некоторые его сочинения были потеряны, например его работы о тяготении, рычагах и оптике.

Но именно талант изобретателя сделал Архимеда известным среди его современников. В молодости он сделал устройство, которое с помощью гидравлического механизма воссоздавало движение планет. Также Архимед разработал блочный механизм, позволивший ему спустить на воду огромный корабль царя Гиерона. Кроме того, он создал большое количество разнообразных военных машин, с помощью которых жители Сиракуз два года отражали атаки осаждавших их римлян. Согласно легенде ученый использовал большие зеркала, чтобы сжигать вражеские корабли. И, само собой, он был создателем



Винт Архимеда. Хотя обычно данное изобретение приписывают древнегреческому ученому, есть мнение, что его применяли уже в Древнем Египте.

винта Архимеда (см. рисунок), механического приспособления для поднятия воды из колодцев и цистерн, состоящего из металлической полосы, идущей спирально вокруг центрального стержня и спрятанной внутри цилиндра.

Однако все эти изобретения были, как пишет Плутарх в жизнеописании Марцелла, римского военачальника, завоевавшего Сиракузы, просто «развлечением для геометра». Плутарх объясняет нам, каковы были интересы гения:

> «Хотя открытия обеспечили ему имя и славу, не человеческую, а божественную, он не захотел оставить ни одного трактата о них, а считал инженерное дело и любое утилитарное ремесло неблагородным и грубым и претендовал только на области, красота и утонченность которых не связаны с потребностями и не могут сравниться с другими областями; он открыл диспут о материи и доказательстве, где первое предоставляет силу и красоту, а второе — точность и высочайшую силу, потому что невозможно найти в геометрии более сложные и важные пропозиции, изложенные в рамках более чистых и четких понятий».

Архимед пользовался методом исчерпывания для строгого доказательства своих результатов. В работе «*О шаре и цилиндре*» первая аксиома, которую он выдвигает, заключается в том, что из всех линий, имеющих одни и те же концы, самая короткая — прямая. В нее включены другие аксиомы, связанные с длинами кривых и площадей поверхностей.

НЕ ГЕОМЕТРИЕЙ ЕДИНОЙ

В области геометрии у древнегреческих ученых было правило — рассматривать только те фигуры, которые можно построить с помощью линейки и циркуля. Поэтому они были ограничены знаменитыми *задачами на построение*: удвоение куба, квадратура круга и трисекция угла.

В греческой математике не было создано общих методов для решения различных задач. Кроме того, после подчинения

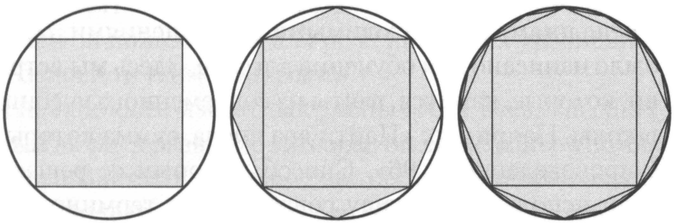
МЕТОД ИСЧЕРПЫВАНИЯ

Этот метод обязан своим существованием греческому математику Евдоксу Книдскому (ок. 390–337 до н.э.). Он состоит в приближении неизвестной площади, которую нужно вычислить, к большей или меньшей площади. Метод основывается на принципе, который упоминается в «Началах» Евклида:

> «Если при данных двух неравных величинах из наибольшей величины вычесть величину, бóльшую ее половины, а из остатка — другую величину, бóльшую ее половины, и последовательно повторять процесс, в итоге останется величина, меньшая наименьшей из заданных величин».

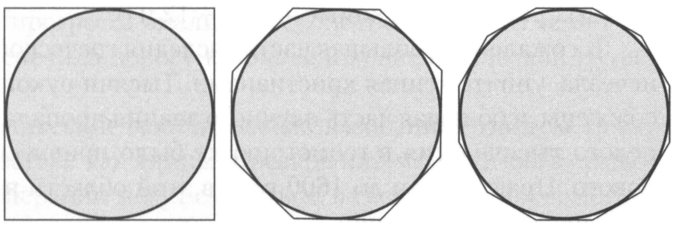
Попробуем найти площадь круга (рисунок 1). Для этого впишем в него квадрат (площадью, большей половины круга) и вычтем его площадь из круга. На сторонах квадрата построим равнобедренные треугольники, вписанные в сегменты круга, а затем вычтем площадь данных треугольников. Повторяя последнюю операцию нужное количество раз, мы последовательно подходим к площади круга сколь угодно близко.

РИС. 1



На рисунках видно, что каждый раз происходит вписывание в круг многоугольников с бóльшим числом сторон, площадь которых каждый раз все больше приближается к искомой площади круга. Такие же рассуждения можно применить к описанному квадрату (рисунок 2).

РИС. 2



геометрии математической строгости доказательства стали каждый раз все более сложными. Это мешало двигаться дальше в развитии вычислений.

Изначально развитие греческой арифметики было обусловлено потребностями геометрии, поскольку математики сводили ее к вычислению геометрических или тригонометрических величин. Позже арифметика и алгебра разделились и начали развиваться как независимые дисциплины. Математики христианской эпохи, такие как Герон Александрийский (I в.), Никомах Герасский (II в.) и Диофант Александрийский (III в.), развивали арифметику и алгебру без оглядки на потребности геометрии. Никомах, следовавший пифагорейской традиции и написавший *«Введение в арифметику»*, считал, что его труд имел такое же значение для арифметики, как *«Начала»* Евклида — для геометрии.

Древнегреческая алгебра добилась огромных успехов благодаря Диофанту. Его *«Арифметика»* состоит из серии задач с решениями и необходимыми разъяснениями. Это сочинение было написано для обучения алгебре. Здесь мы встречаем задачи, которые, кажется, взяты из современного учебника средней школы. Например: «Найти два числа, сумма которых равна 20, а произведение — 96». Способ, которым ее решает Диофант, если использовать нашу современную терминологию, выглядит следующим образом. Сумма равна 20, а произведение 96; пусть $2x$ есть разность между наибольшим и наименьшим числом; следовательно, оба числа равны $10 + x$ и $10 - x$, а их произведение $(10+x)(10-x) = 100 - x^2 = 96$, $x^2 = 4$. Следовательно, $x = 2$, поскольку ученые Древней Греции не учитывали отрицательных решений. Искомые числа — 12 и 8.

К сожалению, большая часть наследия греческой культуры исчезла, уничтоженная христианами. Тысячи рукописей были сожжены, и бо́льшая часть научного знания пропала. В течение целого тысячелетия в геометрию не было привнесено ничего нового. Практически до 1600 года в этой области не происходило никакого развития.

В середине XVI века по Европе начали распространяться латинские переводы сохраненных арабскими учеными основных греческих текстов, которые были с энтузиазмом приняты математиками того времени. Началось тщательное изучение решений задач и доказательств, найденных древнегреческими учеными. Восхищение математиков XVI и XVII веков знаниями греков было бесспорным.

РАЗВИТИЕ АЛГЕБРЫ

Геометрия в течение тысячелетия стояла на месте, но алгебра немного развивалась, что сделало возможным создание математического анализа. Алгебра все еще была тесно связана с геометрией. Математик Мухаммад ибн Муса Аль-Хорезми (780–850) работал в Багдаде. От его имени происходит слово *алгоритм*. Также благодаря ему появилось слово *алгебра*, поэтому многие авторы считают Аль-Хорезми отцом алгебры. Однако метод, которым он пользовался для решения своих уравнений, оставался в основном геометрическим.

Одним из наиболее известных ученых XVI века, внесших колоссальный вклад в развитие алгебры, был уже ранее упомянутый Франсуа Виет. Он активно работал над алгебраическими символами, пользуясь буквами для обозначения математических параметров: для неизвестных параметров он использовал гласные, а для всех прочих — согласные. В своих работах Виет давал сначала решение задачи в общем виде и только потом приводил числовой пример. Так он перешел от изучения частных проблем к развитию общих методов, что было очень важно для прогресса анализа бесконечно малых. Именно его работа обеспечила дорогу к появлению аналитической геометрии.

Символические величины, использованные Виетом, могут рассматриваться как длины отрезков или меры углов, а символические операции могут считаться, в свою очередь, геометрическими построениями. Следовательно, полученные решения могут относиться как к числовым, так и к геометрическим задачам.

ИЗМЕНЕНИЕ ПОДХОДА

В эпоху Возрождения искусство и литература получили значительное развитие, в то время как наука оказалась несколько подзабыта. Одним из создателей научного метода считается Фрэнсис Бэкон. В его сочинении, вдохновившем многие научные сообщества, *«Новая Атлантида»,* правители были учеными, которые накапливали научные и технологические знания. Бэкон жаловался на то, что общество предпочитает гуманитарные и метафизические дисциплины, при этом пренебрегая работой ученого в лаборатории. А веком позже уже появилось большое количество работ с экспериментальными результатами.

Отношение к математике с середины XVI века радикально изменилось по сравнению с отношением к ней в Древней Греции. Появились новые задачи, происходящие из других наук и практических потребностей. Математика повернулась лицом к миру физики. Постепенно наука все больше основывалась на математических принципах, а математика все больше базировалась на других науках для своего дальнейшего развития.

Математики того времени были великими учеными и развивали свои знания во многих различных областях. Декарт говорил, что математика является наукой о порядке и мере и включает в себя, кроме алгебры и геометрии, астрономию, музыку, оптику и механику. Столпами механики Ньютона были сила и движение. Двумя главными моторами, двигавшими науку вперед, были астрономия и механика, развиваемые Галилеем и Кеплером. Например, конические сечения применяли к разным наукам: эллипсы — это траектории планет, а параболы — траектории снарядов.

Греческая строгость доказательства была оставлена в пользу эмпиризма. Для Галилея имели одинаковое значение как дедуктивная, так и экспериментальная части. В отличие от древнегреческих ученых он был больше заинтересован в получении новых результатов, чем в их безупречном обосновании. Время на строгую формулировку найдется и потом, поскольку самым важным является открытие само по себе. Убежденность

ВВЕРХУ:
Гравюра Теобальда Фрайхера фон Ёра (1807–1885), на которой изображен Лейбниц во время открытия Берлинской академии.

ВНИЗУ СЛЕВА:
Гравюра, на которой изображено уничтожение Архимедом римских кораблей с помощью солнечных лучей.

ВНИЗУ СПРАВА:
Портрет Лейбница около 1700 года, работа Христофа Бернхарда Франке.

в том, что полученные результаты затем можно доказать методами древнегреческих ученых, выражена в следующем высказывании Гюйгенса:

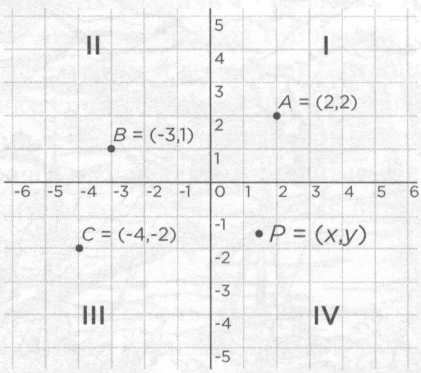
> «Абсолютное доказательство не слишком интересно после того, как мы увидели, что может быть найдено идеальное доказательство. Признаю, что лучше бы оно было представлено в четком, искусном и элегантном виде, как во всех работах Архимеда. Но первое и самое главное — метод открытия сам по себе».

Но когда открытия излагались в эмпирической форме, без древнегреческой строгости, некоторые результаты не принимались другими учеными или вступали в противоречие с их данными. Еще одним важным аспектом было то, что проблемы

ДЕКАРТОВЫ КООРДИНАТЫ

Основная идея аналитической геометрии основывается на декартовых координатах. Любая точка на плоскости обозначается двумя числами, которые отражают ее положение. Декартовы оси состоят из двух перпендикулярных прямых, пересекающихся в одной точке — начале координат. Если нанести деления на прямые, каждой точке будут соответствовать два числовых значения, отмеряемых на обеих осях. Первое отмечается на горизонтальной оси, называемой *осью абсцисс*, а второе — на вертикальной оси, называемой *осью ординат*. Точка записывается как *P (x, y)*, где *x* — абсцисса, а *y* — ордината.

РИС. 1



нельзя ставить независимо друг от друга. Декарт утверждал, что схожие задачи должны решаться общим методом.

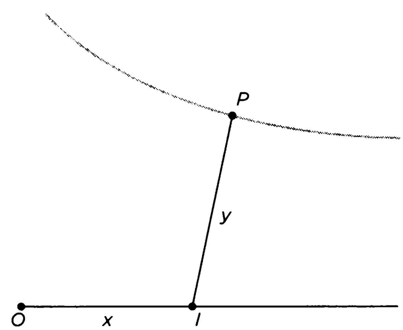
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Значительный скачок для перехода от геометрии к алгебре произошел с созданием аналитической геометрии, которая позволяет заменять кривые уравнениями, чтобы работать напрямую с алгебраическим решением. Кривая с точки зрения аналитической геометрии — это множество точек, которое удовлетворяет одному условию и связано с алгебраическим уравнением.

Как в то время нередко случалось, аналитическая геометрия была открыта независимо двумя учеными, результаты ко-

Две прямые при пересечении делят плоскость на четыре области, которые получают название *квадрантов* и нумеруются от I до IV, начиная с квадранта, в котором обе координаты положительные, и следуя против часовой стрелки (рисунок 1). Однако изначально понятия осей не существовало. Ферма определял координаты следующим образом: положение точки *P* задано двумя длинами — одной, отмеряемой по горизонтали от точки *O* до точки *I*, и другой, отмеряемой наклонно от *I* до *P* (рисунок 2). Эти измерения — наши сегодняшние *x* и *y*. Как можно увидеть, на рисунке не определены оси и нет отрицательных координат.

РИС. 2



торых не были полностью одинаковыми. Создателями ее были французы Пьер Ферма (1601–1665) и Рене Декарт (1596–1650).

Ферма некоторые даже называли *принцем любителей*, поскольку на самом деле один из создателей теории чисел был судейским чиновником и занимался математикой в свободное время. Больше всего он известен благодаря знаменитой Великой теореме Ферма, которую смогли доказать только три века спустя. Также он был одним из создателей теории вероятностей. При жизни Ферма не опубликовал ни одного исследования, поэтому его труды стали известны благодаря письмам и бумагам, которыми он обменивался с друзьями и знакомыми.

Декарт, философ, физик и математик, занимался геометрией, опираясь, как и Ферма, на классиков. В 1637 году он опубликовал свою великую работу *«Рассуждение о методе»*, где излагал свою философию и куда включил три приложения: «Диоптрика», «Метеоры» и «Геометрия».

Таким образом началась одна из самых больших полемик века о том, кто был первым создателем аналитической геометрии. С одной стороны, в работе Ферма *«Введение к теории плоских и пространственных мест»*, написанной в 1629 году, но опубликованной только в 1679 году, ее автор уже высказывает основные идеи аналитической геометрии, которые оказались близки к сегодняшним представлениям о ней. С другой стороны, нидерландский ученый Исаак Бекман (1588–1637), считающийся одним из первых исследователей вакуума, друг и наставник Декарта с 1619 года, утверждал, что в то время у его ученика уже было понимание метода решения всех задач, которые могут стоять перед геометрией.

Похоже, Ферма был первым, кто разработал аналитическую геометрию, но Декарт первым опубликовал работу о ней. Подобные ситуации случались в то время очень часто. Но так как эти ученые обменивались информацией в эпистолярной форме через Мерсенна, возникли обвинения в плагиате. Тем не менее кажется очевидным, что они оба пришли к своим выводам независимо друг от друга, поскольку их подходы различаются. Декарт исходит из геометрической кривой и изучает ее уравнение, в то время как Ферма исходит из уравнения и изучает, какая кривая ему соответствует и каковы ее свойства. Это прохождение одного пути с двух противоположных сторон.

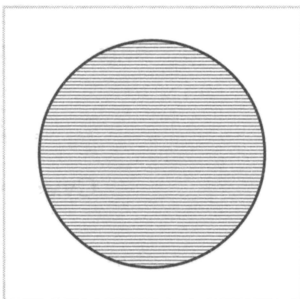
ФУНДАМЕНТ АНАЛИЗА

Первым, кто попытался продвинуться в методе вычисления площадей и объемов, работая в строгом девнегреческом стиле, был Бонавентура Кавальери (1598–1647), ученик Галилея. В 1635 году он опубликовал свою работу *«Геометрия, развитая новым способом при помощи неделимых непрерывного»*. Ученый утверждал, что все фигуры образованы из ряда базовых элементов, которые он называет *неделимыми*. То есть площадь образована неопределенным числом параллельных отрезков (см. рисунок), а объем — параллельными плоскими поверхностями.

Неделимые — это минимальные элементы, на которые можно разложить фигуру. В *«Шести геометрических этюдах»* (1647) Кавальери изложил идею о том, что линия состоит из точек, как бусы из четок; плоскость сделана из линий, как волокна на ткани, а твердое тело образовано плоскими поверхностями, как листы в книге. Благодаря этой идее ему удалось найти квадратуру, то есть площадь, кривых типа x^k для значений k, равных 6 и 9. Если использовать современную запись, Кавальери доказал, что:

$$\int_0^a x^n\,dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

Любая поверхность образована неопределенным числом параллельных отрезков.



Он сформулировал утверждение, известное как *принцип Кавальери:* «Если при пересечении двух тел любой плоскостью, параллельной некоторой заданной плоскости, получаются сечения равной площади, то объемы тел равны между собой». На рисунке 1 на следующей странице можно увидеть конкретный случай из двух треугольников с одинаковым основанием и высотой,

РИС. 1

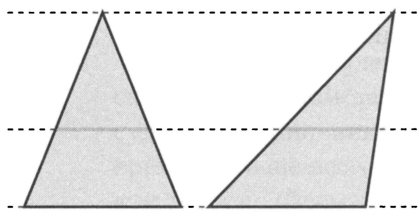
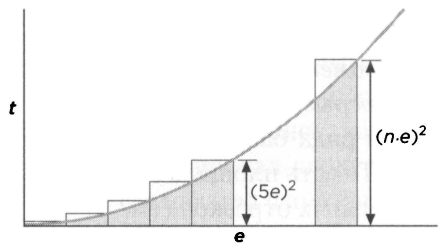


РИС. 2



где неделимые одинаковы, следовательно площадь одна и та же.

Несмотря на критику, которую получил метод Кавальери, многие математики пошли по тому же пути неделимых. Ферма, Торричелли, Паскаль и Роберваль также предложили похожие методы, хотя и заменив линии другими элементами, такими как прямоугольники, треугольники, параллелепипеды или цилиндры.

Жиль де Роберваль, один из членов-основателей Парижской академии наук, заменил линии Кавальери бесконечно малыми прямоугольниками. Он чертил ряд прямоугольников одной и той же ширины и предполагал, что площадь под кривой можно приблизить к площади этих прямоугольников, если их ширина достаточно мала. Для нахождения площади под параболой, например, он следовал методу, показанному на рисунке 2. В современной записи речь бы шла о том, чтобы найти $\int_0^a x^2\,dx$. Возьмем n прямоугольников, расположенных на горизонтальной оси. При этом t означает порядковый номер прямоугольника. Пусть подобный прямоугольник имеет основание e, тогда высотой его будет значение функции параболы, соответствующее абсциссе $t \cdot e$. Следовательно, его площадь равна $e \cdot (t \cdot e)^2$. Если сложить все прямоугольники, получится:

РИСУНОК 1. **Два треугольника с одинаковым основанием и высотой имеют одну и ту же площадь.**

РИСУНОК 2. **Метод Кавальери для нахождения площади области, ограниченной параболой.**

$$A = e \cdot e^2 + e \cdot (2e)^2 + e \cdot (3e)^2 + \ldots + e \cdot (ne)^2 =$$
$$= e^3 + 4e^3 + 9e^3 + \ldots + n^2 \cdot e^3 = e^3 \cdot (1 + 4 + 9 + \ldots + n^2).$$

Сумма членов ряда квадратов уже нам известна и равна:

$$\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6},$$

и если обозначить через a сумму n значений ширины прямоугольников, то есть $a = ne$, то:

$$e = \frac{a}{n},$$

и предыдущее выражение превращается в:

$$A = \left(\frac{a}{n}\right)^3 \left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}\right) = a^3 \left(\frac{n^3}{3n^3} + \frac{n^2}{2n^3} + \frac{n}{6n^3}\right) = a^3 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}\right).$$

Поскольку предполагается, что n — достаточно большое число для оптимального приближения, дробями с n в знаменателе можно пренебречь, ведь значение этих дробей приближается к нулю, и получается, что площадь под параболой равна:

$$\frac{a^3}{3}.$$

ГИГАНТЫ

Были и другие математики, которые настолько близко подошли к определению анализа бесконечно малых, что как бы расстелили ковровую дорожку, по которой Ньютон и Лейбниц вошли в историю. Английский математик Джон Уоллис, королевский криптограф, представил в 1656 году свою главную работу *«Арифметика бесконечного»*, в которой на основе работ Декарта и Кавальери изложил свой метод работы с бесконечно малыми. Уоллис вычислил квадратуру гипербол, то есть кривых, уравнения которых имеют вид:

$$\frac{1}{x^r},$$

где r не равно 1.

В своем методе он пользовался скорее алгебраической базой, чем геометрической, как частично делали Ферма и Роберваль. Чтобы найти площадь, замыкаемую кривой $y = x^3$, Уоллис использовал отношение между треугольниками и квадратами с одинаковой длиной основания. В них он провел неделимые линии, которые их образовывают, и сложил кубы их длин, поскольку мы работаем с x^3. Если есть только две линии, в треугольнике мы получаем длины со значениями 0 и 1, в то время как в квадрате обе линии равны 1. Получается следующее отношение:

$$\frac{0^3+1^3}{1^3+1^3}=\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}.$$

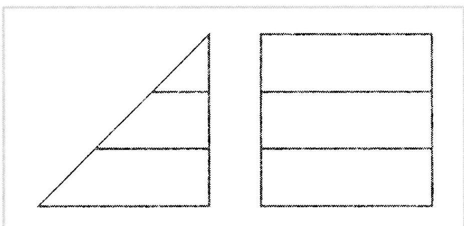
Если взять три линии, то длины линий, находящихся в треугольнике, будут равны 0, 1 и 2, в то время как в квадрате во всех трех случаях они будут равны 2. Если взять четыре линии (см. рисунок), то в треугольнике измерения равны 0, 1, 2 и 3, в то время как в квадрате все линии имеют размер 3:

$$\frac{0^3+1^3+2^3}{2^3+2^3+2^3}=\frac{9}{24}=\frac{6}{24}+\frac{3}{24}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8},$$

$$\frac{0^3+1^3+2^3+3^3}{3^3+3^3+3^3+3^3}=\frac{36}{108}=\frac{27}{108}+\frac{9}{108}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}.$$

Как можно заметить, по мере увеличения числа линий результатом всегда является дробь $1/4$ плюс каждый раз все меньшая дробь. При увеличении количества линий наступит момент, когда вторая дробь станет меньше любого заметного числа и, следовательно, практически равной нулю, так что площадь под кривой равна $1/4$.

Метод Уоллиса для нахождения отношения между треугольником и квадратом в случае, когда имеется четыре линии.



Одним из самых серьезных ученых был англичанин Исаак Барроу (1630–1677), теолог и математик, преподаватель Ньютона на Лукасовской кафедре математики в Кембридже. На его трудах основывались Ньютон и Лейбниц.

Его главным вкладом в математику являются *«Лекции по оптике и геометрии»* (1669), в которых Барроу изложил свой анализ. Если бы не его чрезмерная увлеченность геометрическими методами, основателем математического анализа мог бы стать он сам. Обзор этой работы дает нам представление об элементах анализа: построение касательных, дифференцирование произведения и частного, дифференцирование степени, спрямление кривых, замена переменной в определенном интеграле и дифференцирование неявных функций. Барроу также осознавал, что вычисление квадратуры и дифференцирование были взаимно обратными операциями, о чем уже говорил шотландский ученый Джеймс Грегори, но тогда никто на это высказывание не обратил внимания. Барроу изложил свои идеи в геометрическом виде и только для некоторых функций.

ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА

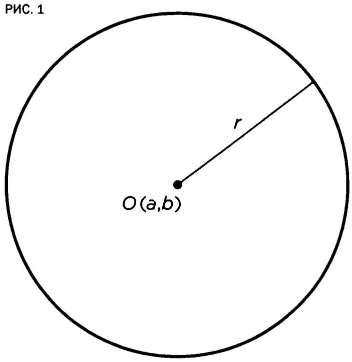
Один из наиболее связанных с математикой аспектов — это движение. Вспомним, что многие математики считали кривую точкой в движении. В связи с движением выделялось два вопроса: найти скорость и ускорение объекта, когда известно расстояние, которое он проходит в зависимости от времени, и обратная задача — найти скорость и пройденное расстояние, когда известно ускорение. Однако на самом деле основная задача состояла в том, чтобы выяснить, какова мгновенная скорость. Если мы проехали 90 км за один час, мы знаем, что средняя скорость этой поездки была 90 км/ч, но очень вероятно, что за этот час мы иногда набирали бóльшую скорость, а иногда меньшую. Аналогично, если мы знаем скорость в определенный момент и время движения, мы также не можем знать пройденного расстояния, поскольку эта скорость постоянно меняется. Чтобы перейти от средней скорости к мгновенной, мы должны совершить переход к пределу, который был неизвестен в XVII веке.

Второй основной задачей было нахождение касательной к кривой. Практическое применение ее решения встречается непосредственно в оптике. В задачах с линзами важно знать угол, который образует луч с линзой, поскольку он будет таким же, как и угол преломления. Угол измеряется между лучом и перпендикуляром к касательной в точке падения луча. Также при криволинейном движении мгновенная скорость направлена по касательной к траектории. Можно представить себе очень простой эксперимент, чтобы проверить это: если привязать груз к веревке и быстро раскрутить его, то когда мы отпустим веревку, груз не будет продолжать вращаться, а переместится в направлении касательной к окружности, описываемой им ровно в тот момент, когда мы отпустили веревку.

Для древнегреческих ученых касательной к кривой была прямая, у которой была единственная общая точка с кривой

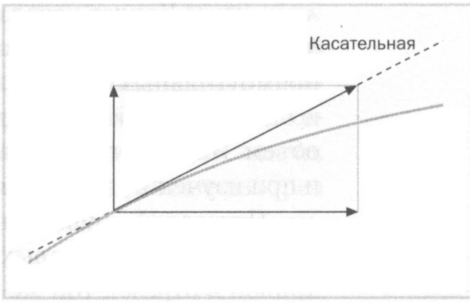
МЕХАНИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ: ЦИКЛОИДА

РИС. 1



Геометрическая кривая.

Для греков кривые могли быть *плоскими* (их можно получить только с помощью линейки и циркуля), *коническими* (они получаются при сечении конуса) или *линейными* (не входят в предыдущие группы, для их построения нужен какой-нибудь механический метод). Декарт, говоривший, что использование линейки и циркуля — это также способ построения кривых, назвал *геометрическими кривыми* те, уравнение которых является полиномиальной функцией вида $f(x, y) = 0$, то есть многочленом для x и y. Например, это окружность, центр которой — точка $O(a, b)$, а радиус r соответствует уравнению $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ (рисунок 1). Остальные кривые Декарт назвал *механическими*. Это спирали, показательные и логарифмические функции или цепная линия, то есть кривая, форму которой принимает веревка, закрепленная с двух сторон, например кабели между двумя опорами линии электропередач. Без сомнения, главной механической кривой того времени была циклоида: кривая, описываемая точкой окружности, которая катится по полу, не проскальзыи которая вся находилась с одной стороны от нее. Но в XVII веке ее определяли в терминах движения и сил. Так, Роберваль считал, что на движущуюся точку влияют две силы, горизонтальная и вертикальная. Диагональ прямоугольника, образованного обеими прямыми, дает направление касательной (см. рисунок).

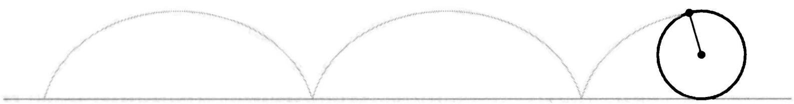


Направление касательной по Робервалю.

Третьей основной задачей было вычисление максимумов и минимумов. Такая проблема возникала во многих повседневных ситуациях. Считается, что задачи подобного рода появи-

вая (рисунок 2). Представим себе колесо велосипеда с приклеенной к шине жевательной резинкой: кривая, которую будет описывать резинка, когда мы приведем велосипед в движение, — это циклоида.

РИС. 2



Циклоида

Свое название *циклоида* получила благодаря Галилею. Робервалю удалось найти квадратуру сегмента циклоиды, и хотя он пытался выявить способ построения касательной, это получилось сделать только у Ферма. Паскаль поставил перед научным миром задачу нахождения площади любого сегмента циклоиды и центра его тяжести. Из всех откликнувшихся он наиболее высоко оценил работу Кристофера Рена. В свою очередь Гюйгенс сформулировал задачу построения кривой, имеющей минимум, или нижнюю точку, причем если уронить шарик, который катится без учета силы трения по этой кривой вследствие тяготения, он потратит одно и то же время, чтобы достичь нижней точки, независимо от того, из какой точки кривой он начнет движение. Эту кривую Гюйгенс назвал *таутохронной.* Паскаль доказал, что решением данной задачи является обратная циклоида. Лейбниц переименовал кривые, назвав их вместо геометрических *алгебраическими* и поменяв название механических на *трансцендентные.* Эта терминология все еще используется сегодня.

лись, когда Кеплер начал изучать оптимальные формы, которые должны были иметь бочонки с вином. Он доказал, что из всех прямоугольных параллелепипедов с квадратным основанием и одной и той же площадью поверхности у куба наибольший объем. Подобного рода задачи также встречались в баллистике и при изучении движения планет.

Четвертой группой задач были измерения, предполагавшие спрямление кривых, то есть трансформацию фрагмента кривой в отрезок той же длины, в связи с чем можно было узнать размер этого фрагмента кривой: нахождение квадратуры кривой, то есть площади, ограниченной этой кривой, и нахождение кубатуры тела, то есть его объема. В данную группу задач входило также вычисление центров тяжести тел и гравитационного притяжения между ними.

И ПРИШЛИ ГЕНИИ

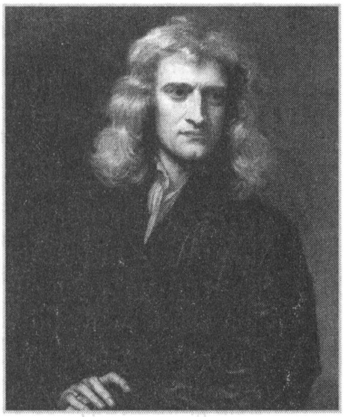
Практически все великие математики XVII века внесли что-нибудь в развитие анализа. Ферма, например, использовал тот же самый метод построения касательных и нахождения экстремальных значений, максимумов и минимумов. Грегори и Барроу выяснили, что вычисление квадратуры и нахождение касательной были взаимосвязаны.

Нужно было, чтобы пришел кто-то с еще лучшим зрением, чтобы увидеть связи между этими проблемами. Как Ньютон, так и Лейбниц сделали качественный скачок в создании анализа посредством двух фундаментальных аспектов. Во-первых, они нашли общий метод, который можно было применить к любому типу задач. Во-вторых, они доказали, что раз задачи по дифференцированию и нахождению квадратур взаимно обратны, то, чтобы решить одну из них, достаточно инвертировать метод и найти решение другой. Этот результат известен как *основная теорема анализа.* Таким образом после Лейбница и Ньютона четыре проблемы анализа свелись только к двум проблемам дифференцирования и интегрирования.

Кроме того, эти ученые предложили вычисление, абсолютно не связанное с геометрией, после чего математический анализ стал отдельной дисциплиной. Она пользовалась алгебраическими понятиями, что позволяло разработать метод, который был бы применим для любого вида функции или задачи.

Несмотря на тяжкую полемику о том, кто раньше изобрел анализ бесконечно малых, подходы Лейбница и Ньютона отли-

ИСААК НЬЮТОН



Исаак Ньютон (1642–1727) был математиком, физиком, алхимиком, теологом и изобретателем. Он учился в Кембриджском университете, где посещал лекции Барроу, которого он затем заменил на должности преподавателя. В 1665 году Ньютон вернулся в свою родную деревню, когда университет закрылся из-за чумы, в то время опустошавшей Англию. Два года вынужденных каникул ученый занимался исследованиями в трех больших областях: оптика, тяготение и движение тел и, наконец, анализ бесконечно малых. Ньютон всегда сопротивлялся публикации своих результатов, потому что не хотел вступать в полемику, и предпочитал посылать свои открытия в виде писем другим ученым. Из-за этого его исследования публиковались через много лет после того, как они были сделаны, что вызывало споры об авторстве.

«Начала»
В 1686 году появился первый из трех томов работы Ньютона «Математические начала натуральной философии», более известной как «Начала». В нем был изложен знаменитый закон всемирного тяготения.

В 1696 году Ньютон оставил преподавание и стал сначала смотрителем, а затем управляющим Лондонского монетного двора. Занимая эту должность, он активно содействовал проходившей в Англии денежной реформе. В 1703 году Ньютон был избран председателем Королевского общества и оставался им до самой смерти. Он также недолго входил в состав парламента, а в 1705 году королевой Анной был возведен в рыцари.

чались. Ньютон вычислял производную и первообразную с помощью бесконечно малых приращений, а Лейбниц имел дело напрямую с *дифференциалами*. С другой стороны, Ньютон всегда работал с производными и интегралами с точки зрения относительного изменения переменных, в то время как Лейбниц использовал в своей работе суммирование членов рядов для нахождения площадей или объемов. Кроме того, Ньютон широко применял ряды для представления функций, а Лейбниц напрямую работал с общим уравнением функции. Кроме того, немецкий ученый занимался формулированием правил анализа, что не интересовало его коллегу из Англии. Если Лейбниц искал подходящие и легко используемые символы записи, то Ньютон не задавался этим вопросом. Сегодня мы применяем форму записи, созданную Лейбницем, несмотря на то что концепция анализа Ньютона более близка современной.

Ньютон изложил свой анализ в нескольких работах. Первая из них — *«Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов»*, написанная в 1669 году, но опубликованная в 1711-м; вторая — *«Метод флюксий и бесконечные ряды»*, законченная в 1671 году, но опубликованная только в 1736-м. В этой работе Ньютон определил свои основные элементы, *флюэнты* и *флюксию*. Первые он охарактеризовал как переменные величины, так как рассматривал прямые, плоскости и объемы как непрерывное движение точек, прямых и поверхностей. Относительное изменение этих флюэнт он назвал *флюксией*. Эти понятия приблизительно соответствуют нашим переменным, функциям и их производным. Если x и y — флюэнты, то их флюксии ученый обозначил как $\dot{x}$ и $\dot{y}$. Флюксия флюксии, то есть вторая производная, обозначена $\ddot{x}$ и $\ddot{y}$, и так далее. Ньютон также определил момент флюэнты, который обозначил o, как очень маленькое изменение переменной, бесконечно малый интервал изменений.

В третьей работе, *«О квадратуре кривых»*, написанной в 1676 году и опубликованной в 1704-м в качестве приложения к своему труду по оптике, Ньютон частично изменил подход к бесконечно малым, больше приблизившись к интуитивной идее предела.

Посмотрим, как ученый использовал эти элементы для нахождения производной. Возьмем функции $y = x^n$. Ньютон говорит, что если переменная x флюирует, то есть бесконечно мало изменяется до $x + o$, то функция превращается в $(x + o)^n$. Далее из этого двучлена он получает ряд:

$$(x+o)^n = x^n + n \cdot x^{n-1} \cdot o + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^{n-2} \cdot o^2 + \ldots$$

Если вычесть из данного выражения значение $y = x^n$, получится, что приращение к переменной x, то есть o, равносильно приращению к переменной y, то есть:

$$n \cdot x^{n-1} \cdot o + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^{n-2} \cdot o^2 + \ldots$$

Если мы проведем преобразование, то получим выражение:

$$n \cdot x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} \cdot x^{n-2} \cdot o + \ldots$$

Теперь, как говорил сам Ньютон, «пусть эти приращения испарятся»: все члены с приращением исчезают, если это значение стремится к нулю. Таким образом, найденная производная равна $n \cdot x^{n-1}$.

АНАЛИЗ ЛЕЙБНИЦА

После 1675 года в заметках Лейбница уже появляются идеи, которые привели его, по ходу дела серьезно меняясь, к собственному пониманию анализа. Однако похоже, что идеи, которые направили ученого по этому пути, зародились еще раньше. В своем труде «Об искусстве комбинаторики» Лейбниц работал с последовательностями и разностями между их членами. Он исходил, например, из последовательности квадратов 0, 1, 4, 9, 16, 25, ...

Первые разности были 1, 3, 5, 7, 9, ... вторые — 2, 2, 2, 2, 2, ... а третьи все были нулевые. Если взять третью степень, то все четвертые разности были нулевыми, и так далее.

Он убедился, что при сложении первых членов последовательности первых разностей получается следующий член исходной последовательности, то есть при сложении двух первых членов ($1 + 3 = 4$) получается третий член последовательности. Если сложить три первых члена $1 + 3 + 5 = 9$, то получается четвертый член, и так далее.

Таким образом, анализ бесконечно малых Лейбница основывается на суммах и разностях членов последовательностей. Сумма дает нам интегральное исчисление, то есть площадь, ограниченную кривой, а разности — производную.

Лейбниц считал, что кривые сформированы из бесконечного числа прямолинейных бесконечно малых отрезков, которые составляют касательные к кривой. То есть для каждой точки у нас есть значение x, значение y и значение отрезка, соответствующего кривой; значит, у нас есть последовательности чисел, к которым можно применить сложение и вычитание.

В первой главе статьи об анализе, опубликованной Лейбницем в 1684 году в журнале «Акты ученых» под названием «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления», ученый представил свой метод и применил его для решения задачи, поднятой картезианцем Флоримоном де Боном: нахождения кривых с постоянной подкасательной. Рассмотрим его в современной записи.

Подкасательная — это проекция на ось X отрезка от места пересечения касательной с осью X до точки касания; на рисунке на следующей странице это отрезок AB. Мы хотим, чтобы он был постоянным и был равен c. В этом доказательстве Лейбниц использовал то, что известно как *характеристический треугольник*, которым также пользовались Паскаль и Барроу, с катетами dx и dy, а в качестве гипотенузы — один из бесконечно малых отрезков, которые составляли кривую.

Отрезок BQ равен y. Поскольку треугольник ABQ подобен характеристическому треугольнику:

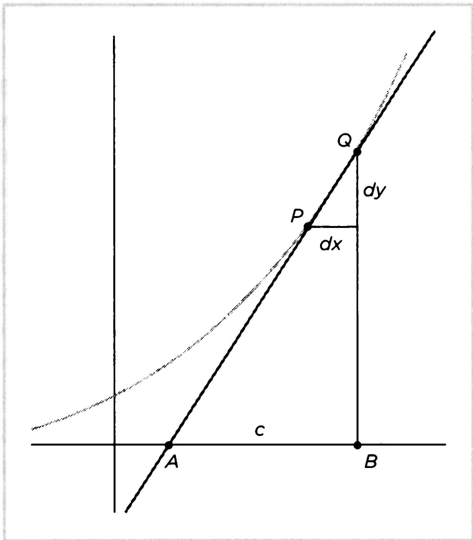
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{c},$$

то

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{c}.$$

После интегрирования этого выражения получается

$$\ln(y) = \frac{x}{c}.$$



Характеристический треугольник Лейбница, в котором появляются касательная к кривой и ее подкасательная.

Следовательно, кривые с постоянной подкасательной — это кривые, заданные функцией $y = e^{x/c}$, то есть экспоненциальные.

Лейбниц так находил производную произведения:

«$d(xy)$ — то же самое, что разность между двумя смежными xy, одно из которых равно xy, а другое — $(x + dx)(y + dy)$. Тогда $d(xy) = (x + dx)(y + dy) - xy = xdy + ydx + dxdy$, и это равно $xdy + ydx$, если величину $dxdy$ опустить, поскольку она бесконечно мала относительно остальных величин, так как dx и dy, предполагается, бесконечно малы».

ПОЛЕМИКА ОБ АНАЛИЗЕ

Сегодня признается, что Ньютон был первым, кто разработал принципы анализа, а Лейбниц первым опубликовал результаты. Они оба пришли к нему независимо, базируясь на одном и том же фундаменте.

Уже в 1674 году Лейбниц мимоходом упоминал в письме Ольденбургу, что он нашел квадратуру круга с помощью открытого им общего метода. А в 1675 году ученый сообщал ему, что нашел метод для решения квадратур, который можно обобщить, но не сказал ничего более подробного. В том же самом году в Париж через Лондон приехал благородный саксонец Вальтер фон Чирнхаус с письмами от Ольденбурга для Лейбница и Гюйгенса. Фон Чирнхаус работал какое-то время с Лейбницем, например над рукописями Паскаля, которые потом пропали, и знаем мы о них теперь только благодаря Лейбницу. Было ясно, что Чирнхаус не испытывал никакого интереса к анализу бесконечно малых, поэтому он ни о чем не мог проинформировать Лейбница. Чирнхаус утверждал: все, сделанное Барроу и другими английскими математиками,— лишь ответвления от того, что привнес Декарт. Чтобы оспорить это мнение, Коллинз, библиотекарь Королевского общества, написал работу примерно на 50 страниц, известную как *Historiola*, в которой объяснял анализ, разработанный Барроу и Ньютоном. В 1675 году он послал отрывок Чирнхаусу и Лейбницу, хотя у последнего уже был разработан собственный анализ.

В октябре 1676 года по пути из Парижа в Ганновер Лейбниц провел неделю в Лондоне. Тогда Коллинз позволил ему списать фрагменты Historiola и *«Анализа»* самого Ньютона.

Ньютон и Лейбниц несколько раз обменивались письмами через Ольденбурга. Пятого августа 1676 года Ольденбург отправил Лейбницу письмо Ньютона, известное как *Epistola prior*, через Самуэля Кёнинга, который был с визитом в Париже; послание затерялось в бумагах и дошло до адресата только 26 числа этого месяца. В этом письме Ньютон делал особенный акцент на биноме и представлял еще несколько результатов, уже известных Лейбницу, не объясняя методов, с помощью которых он их получил. Лейбниц ответил ему на следующий день, уверяя, что его метод — другой. Во время полемики о первенстве открытия анализа многие делали акцент на том, что у Лейбница было почти три недели для внимательного изучения письма до того, как он ответил.

В 1677 году ученый получил второе письмо Ньютона, *Epistola posterior*, в котором тот объяснял ему все о своей работе с бесконечными рядами и также говорил о своем анализе, хотя представил его в виде криптограммы, основанной на латинских словах:

> «Основа этих операций довольно очевидна, но поскольку я сейчас не могу продолжить объяснение, я предпочел оставить его скрытым: 6accd et 13eff.71319n4o4orr4s8t112vx».

Эта бессмыслица после перевода с латыни означала: «Если задано любое уравнение, включающее некоторое число величин-флюэнт, найти флюксии, и наоборот». Она дополнялась еще более распространенной анаграммой, которая даже после дешифровки давала мало информации тому, кто не был знаком с данной темой.

Вторые изобретатели не берутся в расчет.

Исаак Ньютон о Лейбнице после полемики о первенстве открытия анализа бесконечно малых

После публикации своей первой статьи, посвященной анализу, в 1684 году у Лейбница возникли проблемы с авторством. И хотя он настаивал на том, что его метод отличается и что он нашел его до того, как познакомился с какой-либо работой Ньютона, о чем свидетельствовали письма, написанные Ольденбургу, это не помогло. Дело обострилось, когда Никола Фатио де Дюилье, ученик Ньютона, обвинил Лейбница в плагиате.

Обвинения начали летать туда-сюда между континентом и островом, а математики вставали на сторону того или другого ученого. Полемика разгорелась так жарко, что Лейбниц потребовал создать комиссию Королевского общества, чтобы определить, кто был прав в этой дискуссии. Комиссия, которая была создана Ньютоном, бывшим в то время председателем научного общества, пришла к выводу, что первенство было за английским ученым.

Из-за этого спора английские и европейские интеллектуалы прервали отношения и перестали обмениваться информацией. Ученые с континента поддержали Лейбница, а английские — Ньютона, но так как английская версия анализа в большей степени основывалась на геометрических методах, чем европейская, это стало помехой для английской математики, которая в условиях изоляции отстала от континентальной.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АНАЛИЗА

Метод Лейбница был быстро принят математиками европейского континента. Самыми преданными его «апостолами» были братья Якоб и Иоганн Бернулли, первые из большой семьи известных математиков. Работа Лейбница была оригинальной и результативной, но несколько незаконченной: иногда ей было сложно следовать. К счастью, братья Бернулли упорядочили ее, привнеся множество примеров и новых деталей. Лейбниц признал большой вклад, сделанный Бернулли, и даже подчеркнул, что они стали первыми, кто применил новый метод к решению физических проблем.

Якоб Бернулли (1654–1705) являлся самоучкой и был хорошо знаком с трудами главных предтеч анализа: Декарта, Уоллиса и Барроу. Он работал преподавателем математики в Базельском университете. Найдя одну из первых работ Лейбница по данной теме, Якоб самостоятельно освоил дифференциальное и интегральное исчисление. Он объяснил суть нового метода своему брату Иоганну, и они оба начали работать над анализом Лейбница. В 1690 году в «Актах ученых» Якоб опубликовал статью, в которой говорил о собственных методах анализа и решил задачу, предложенную Лейбницем за три года до этого: «Найти кривую, расположенную в вертикальной плоскости, по которой материальная точка опускается на одну и ту же длину за одно и то же время».

У Иоганна Бернулли (1667–1748) по прозвищу Задира было больше таланта и изобретательности, чем у брата. Он был великим геометром, хотя и не очень скромным (на его могильной плите выгравирована надпись: «Здесь лежит Архимед своего времени»). Он был убежденным защитником Лейбница и сторонником его приоритета в создании математического анализа. Иоганн поссорился с несколькими математиками, особенно со своим братом Якобом и сыном Даниилом. Он был преподавателем Эйлера и объяснял анализ маркизу Лопиталю, знатоку математики.

Действительно, Гийом Франсуа Антуан, маркиз де Лопиталь (1661–1704), нанял Иоганна для того, чтобы тот объяснил ему детали анализа бесконечно малых. На основе полученной на этих уроках информации он опубликовал первый в истории учебник математического анализа: *«Анализ бесконечно малых для исследования кривых линий»* (1696). Лопиталь издал его под своим именем, хотя большинство результатов, представленных в этой книге, принадлежали самому Бернулли.

Оба брата решили множество задач с помощью нового метода: спрямление кривых, вычисление кривизны, эвольвенты, эволюты и точки перегиба. Якоб уделил особое внимание логарифмической спирали и так восхищался ей, что в итоге распорядился изобразить ее на своей надгробной доске.

Одной из форм, благодаря которой больше всего распространялся анализ, была постановка задач. Предложить задачу, чтобы остальные математики ее решали, — в то время такой метод был очень популярен.

В статье 1690 года Якоб решил задачу, предложенную Лейбницем, но также поставил другую: найти форму, которую примет идеально гибкая и однородная кривая под действием только веса, если она закреплена с двух концов. Решением оказалась кривая, известная как *цепная линия*. Ответ на задачу, помимо Гюйгенса и Лейбница, был найден братом Якоба, Иоганном. Сам Лейбниц позже, в 1692 году, опубликовал статью в *«Журналь дэ саван»*, где снова представил решение и объяснил, как использовать цепную линию в навигации.

В 1696 году Иоганн Бернулли снова бросил вызов математическому миру, особенно английскому, с целью доказать, кто лучше разбирается в новом вычислении. Он просил найти кривую, по которой тело опускается между двух точек, не выстроенных ни в вертикальную, ни в горизонтальную линию, за наименьшее возможное время. Данная кривая называлась *брахистохрона*. До окончания предусмотренного срока только Лейбниц представил решение, сочтя это очень красивой и до того времени неизвестной задачей. Он же попросил увеличить предоставленное время, чтобы другие математики смогли в срок найти решение. После окончания нового срока было предъявлено только пять решений: Лейбница, братьев Бернулли, Лопиталя и анонимное, присланное из Англии. Изучив последнее, Иоганн сказал: «Льва узнают по когтям». Конечно, оно принадлежало Ньютону. Итак, во всех решениях использовалось новое вычисление. Кстати, решение этой задачи — также обратная циклоида.

ГЛАВА 3

Древние и современные коды

Сегодня мы не представляем нашу жизнь без компьютеров. Но чтобы разбираться в них, нам необходимо освоить язык этих машин, то есть двоичную систему счисления. Именно Лейбниц заложил основы этой системы и, кроме того, усмотрел в ней связь с древними гексаграммами китайской гадательной книги «И Цзин». Он также занимался другими типами языков и даже хотел создать универсальный язык для математического выражения всех идей.

Проектом, который оказался для Лейбница сложной головоломкой, стала организация эксплуатации одной из шахт в Альт-Гарце, к югу от города Гослара, примерно в 100 км от Ганновера. В этих местах были большие залежи серебра, меди, железа и свинца. У Лейбница было несколько идей по улучшению технологии их добычи в шахте.

Среди сочинений, написанных ученым для герцога после посещения Гамбурга в 1678 году, было одно, над которым Лейбниц начал работать еще в Париже. Оно было посвящено тому, что сегодня мы называем *возобновляемыми источниками энергии*. Лейбниц создал проект системы насосов и ветряных мельниц, которые позволили бы использовать энергию ветра и гидроэнергию для улучшения дренажа шахт. Насосы, разработанные ученым, требовали минимального обслуживания. Конструкция его мельниц позволяла им работать даже при очень слабом ветре и с большей отдачей, чем обычные мельницы. Идея была в том, чтобы использовать мельницы все возможное время и заменять их гидроэнергией, когда они не могут работать. Таким образом создавался постоянно действующий в любое время года источник энергии, с помощью которого теоретически всегда была возможность выполнять необходимые водные и горные работы, поскольку во времена засухи работа шахт останавливалась.

За всем этим стояло желание Лейбница, как он сообщил герцогу после одобрения проекта, часть полученных доходов вложить в исследование для увеличения добычи, а другую часть отдать на финансирование Берлинской академии, создание которой он тогда обдумывал. Хотя изначально проект был не очень хорошо принят, в основном из-за расходов, необходимых для строительства большого количества новых сооружений, Лейбниц сумел опровергнуть все контрдоводы. В конце 1679 года ученый получил одобрение герцога на заключение соглашения с Ведомством шахт, которое наряду с герцогом и самим Лейбницем должно было финансировать проект.

Однако с самого начала у Лейбница возникли проблемы с реализацией своего замысла. К открытому саботажу служащих шахт, которые считали его чужаком, не обладающим необходимыми знаниями, добавилась ненастная погода, сменяемая периодами полного безветрия. По-видимому, Лейбниц пренебрег необходимостью изучения ветров в этой местности. Другой сложностью стало строительство сооружений, поскольку в некоторых случаях, когда были нарушены инструкции по изготовлению, машины не работали должным образом, и нужно было переделывать их снова и снова.

В связи с увеличением стоимости, которая в 1683 году была уже почти в восемь раз больше предусмотренной, герцог предложил закрыть проект. Но заплатив из собственного кармана, Лейбниц настоял на том, чтобы его продлили еще на год: он хотел доказать, что план все-таки осуществим. Ему пришлось полностью пересмотреть проект и усовершенствовать конструкцию мельниц так, чтобы их можно было построить за полцены. Также Лейбниц придумал механизм парусов, которые складывались и раскрывались в зависимости от необходимости, и предложил улучшить работу насосов, используя сжатый воздух, но обе идеи оказались неудачными. Позже, в связи со слабостью ветра в этой местности, он разработал горизонтальные мельницы вместо вертикальных, способные работать при любом ветре и даже в грозу. Но их отдача равнялась одной трети от традиционной, поэтому они также оказались нежизнеспособными. Проект окончательно закрыли в 1685 году.

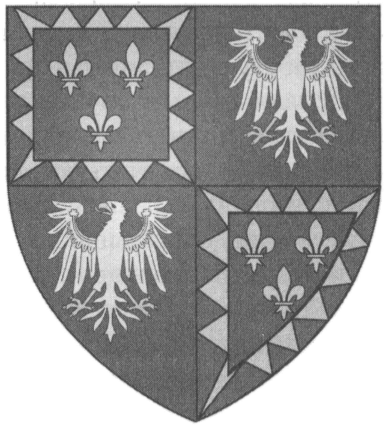
Горное дело не было просто очередным увлечением среди огромного количества интересов Лейбница; совсем наоборот, это была одна из его любимых областей познания. В течение шести лет, которые длился проект, Лейбниц проводил больше половины своего времени в Альт-Гарце, из чего видно, какую огромную работу ему пришлось проделать. Кроме того, он постоянно думал о том, как улучшить добычу. В 1680 году, когда у Лейбница еще была надежда на успех проекта, он написал герцогу, что они смогут получить большую прибыль от соглашения с голландцами на переработку руды из золотых и серебряных шахт на Суматре, собственности Голландской Ост-Индской компании. Годом позже в другом документе Лейбниц советовал герцогу заключить соглашение с императором и курфюрстом Саксонии с целью прийти к общему мнению и вынести его на политическую конференцию, которая должна была состояться во Франкфурте, по вопросу увеличения цены на серебро.

Когда проект был закрыт, Лейбниц, все еще веря в то, что его идеи будут признаны, не перестал заниматься улучшением методов добычи минералов. Он разработал механизм, состоящий из ряда связанных между собой цепью контейнеров: они постоянно поднимались и опускались, позволяя поднимать руду. Так уменьшался расход энергии на подъем контейнера с рудой из недр шахты, поскольку иногда цепь для подъема весила больше, чем сама руда. Эта идея была также не принята, как и другие предложенные ученым новшества.

ЛЕЙБНИЦ-ИСТОРИК

В 1685 году Лейбниц получил задание написать историю Брауншвейг-Люнебургской династии, его самую важную работу с тех пор. Он был убежден в возможности составить историю рода примерно до 600 года, но для этого нужно было прибегнуть к изучению оригинальных документов, хранящихся в монастырях.

ДОМ ЭСТЕ



Дом Эсте, ведущий свой род из Франции, был разделен на две ветви: Вельф-Эсте, известный как дом Вельф, и Фулько-Эсте, который превратился в итальянский дом Эсте. Во время войн между гвельфами и гибеллинами, происходившими в период Позднего Средневековья, Эсте завладели Феррарой, которая была папским уделом, и в 1332 году стали папскими викариями. В 1288 году они присоединили к себе Модену, хотя только в 1452 году получили титул герцогов Модены и Реджо из рук Фридриха II Габсбургского, императора Священной Римской империи и эрцгерцога Австрии. Эсте щедро поддерживали искусство эпохи Возрождения и состояли в родстве с очень важными итальянскими семьями, такими как Борджиа и Сфорца. Когда в 1597 году прекратилась прямая наследная линия, папа снова присоединил Феррару к Папскому государству, и власть дома Эсте начала угасать. Из самой древней ветви семьи вышли герцоги Баварии, Саксонии и Брауншвейг-Люнебурга.

В начале 1687 года Лейбниц осуществлял исследование в предместьях Ганновера, а в конце года совершил поездку на юг Германии и Австрии. В апреле 1688 года он сделал в Аугсбурге очень важное открытие. В местном бенедиктинском монастыре ученый ознакомился с рукописью *«История гвельфских принцев»*, в которой нашел доказательства, связывавшие гвельфов, создателей герцогства Брауншвейг-Люнебург, с благородным домом Эсте, который правил герцогствами Феррара и Модена. Из-за новой информации Лейбницу пришлось совершить поездку в Италию, и в первую очередь в Модену, где он также способствовал заключению политического брачного союза.

В итоге историческое исследование Лейбница оказалось намного сложнее, чем он ожидал. В 1691 году ученый сообщил герцогу, что работа сможет быть закончена через пару лет, если ему дадут в помощь секретаря. Секретарь был ему предоставлен. Однако, хотя действительно очень скоро были изданы три тома этого исследования, оно так никогда и не было закончено. Тем не менее Лейбниц смог изложить часть собранной информации. В 1695 году в связи с заключением брака между династией Брауншвейг-Люнебург и домом Эсте в Модене Лейбниц создал памятную медаль нового союза династий, состоявшегося более чем через шесть веков. Также он написал сочинение, изданное в Ганновере, под названием *«Письмо о связи между Домами Брауншвейг и д'Эсте»*, в котором изложил свои исторические находки.

Во время всех этих поездок Лейбниц встречался с образованными людьми и учеными, посещал музеи и собирал информацию на очень разнообразные темы, например об ископаемых — сведения о них пригодились ему впоследствии для создания работы *«Протогея»*. Ученый также в течение нескольких недель был гостем в доме ландграфа Эрнста из Гессен-Рейнфельса, с которым беседовал на темы истории и религии, делая особый акцент на своем так и не забытом проекте объединения Католической и Протестантской церквей. Кроме того, Лейбниц добился выполнения своей мечты быть принятым на аудиенции императором Священной Римской империи Леопольдом I.

> В духовном мире ищи ясность, в материальном — пользу.
>
> **Готфрид Вильгельм Лейбниц**

Во время пребывания в Риме ученый смог посетить Ватиканскую библиотеку, где нашел рукописи, подтверждавшие открытия, сделанные им в Аугсбурге. Он также застал смерть папы Иннокентия XI, который был сторонником объединения церквей. В эти дни Лейбниц, о чем свидетельствуют его записи, приступил к чтению *«Начал»* Ньютона.

Несмотря на службу у герцога, ученый продолжал выполнять и другие поручения, не требовавшие его постоянного физического присутствия. В 1691 году он получил должность в библиотеке в Вольфенбюттеле (Нижняя Саксония) и занимал ее до самой смерти. Хотя Лейбниц должен был заниматься долгосрочным планированием, от него не требовалось каждодневной работы. В 1693 году он опубликовал сочинение «Кодекс международного дипломатического права», в котором собрал документы с XII по XIV века, в большинстве своем неизданные.

В 1696 году Лейбниц был назначен тайным советником юстиции, то есть получил должность чуть ниже вице-канцлера. В это время он осуществил проект установки фонтанов в саду Герренгаузена, в Ганновере.

В начале 1680-х годов ученый попытался достать экземпляр изобретенной Дени Папеном (1647–1712) скороварки с предохранительным клапаном, которая позволяла размягчать кости и делать их съедобными. Папен был французским физиком и изобретателем, вынужденно эмигрировавшим в Англию, а затем в Германию из-за религиозных убеждений и связанных с ними проблем. Кроме *чугунка*, или *варочного котла*, как он называл скороварку, Папен изобрел подводную лодку, паровую повозку и машину для подъема воды, применяемую для мельниц и фонтанов. Изобретение скороварки вдохновило Лейбница на написание сатирического произведения, где собаки защищали свои права на кости, которые хотели приготовить с помощью упомянутого прибора.

В 1696 и 1697 годах главной дипломатической задачей Лейбница стало получение для герцога в постоянное владение епископства Оснабрюк. Характерным для данного епископства было то, что после Вестфальского мира им поочередно правили католический епископ и протестантский граф.

ВОПРОСЫ РЕЛИГИИ

Лейбниц получал в своей жизни много важных поручений. В основном он был советником влиятельных людей. Но от некоторых должностей он отказался, чтобы не предавать свою веру. Например, ему предложили должность в Ватиканской библиотеке, но с условием принятия католичества, на что ученый не согласился. То же самое произошло в 1698 году, когда Лейбницу предложили стать библиотекарем в Париже. Через своего друга ландграфа Эрнста он также получил предложение стать канцлером епархии Хильдесхайма в Нижней Саксонии, но отказался из-за своих обязанностей и религии.

Многие люди, с которыми Лейбниц общался, пытались обратить его в католицизм, особенно ландграф Эрнст из Гессен-Рейнфельса, но у них ничего не получилось. Лейбниц считал, что авторитет Церкви неоспорим в вопросах веры, при этом множество научных и философских идей, которые не противоречат ни Священному Писанию, ни какому-либо Вселенскому собору, незаслуженно отвергаются Церковью даже после того, как было доказано, что они истинны. Ученый говорил, что если бы он вырос в Католической церкви, то не оставил бы ее; но поскольку он рос в лютеранстве, то не мог согласиться с этими противоречиями.

Тем не менее Лейбниц всю свою жизнь продолжал выступать за объединение обеих конфессий. Он искал поддержку где только мог, понимая, что если не удастся привлечь папу, императора или какого-нибудь правящего принца, то не будет ни малейшей возможности добиться объединения. За свою жизнь ученый написал много работ в защиту этой идеи: например, в *«Теологической системе»* объединение церквей обосновывалось с католической точки зрения (опубликована только в 1845 году).

Во время пребывания в Вене Лейбниц навестил своего друга, епископа Христофа-Рохаса Спинолу, с которым он несколько раз встречался в Ганновере. Епископ посещал город для решения различных вопросов, иногда связанных с императором или с объединением протестантских теологов. Он следовал тому же курсу, что и Лейбниц, то есть выступал за объединение конфессий, и показал ему свою переписку с папой и некоторыми епископами на данную тему. Через Спинолу Лейбниц вступил в контакт с различными чиновниками императорского двора, которые помогли ему добиться аудиенции у императора.

Закончив свои исследования в Италии, Лейбниц намеревался вернуться в Ганновер после почти трех лет путешествий. Но герцог Эрнст Август дал ему ряд поручений в Вене. Ученый снова встретился со Спинолой, и они решили поддержать совместную дипломатическую встречу курфюрстов Брауншвейг-Люнебурга и Саксонии с императором, который отказался помогать проекту религиозного объединения.

НОВЫЕ НАУЧНЫЕ КОНТАКТЫ

Научная работа Лейбница в эти годы была безустанной. Он продолжал переписываться с учеными из многих стран и посылать статьи почти во все серьезные журналы того времени. В письме своему другу он горько жаловался на то, что в Ганновере ему не с кем общаться на научные темы. В 1689 году, проездом оказавшись в Риме, ученый был избран членом физико-математической Академии.

Лейбниц также по-прежнему вел полемику с другими образованными людьми на научные и философские темы. Всю свою жизнь он достаточно критически относился к учению Декарта. Во многих своих работах он выражал несогласие с его философией, а в марте 1686 года опубликовал в «Актах ученых» статью с вполне ясным названием: *«Краткое доказательство примечательной ошибки Декарта»*. В ней Лейбниц напрямую выступал против ученого. Через несколько месяцев в нидерландском журнале «Новости литературной республики» появилась статья аббата Кателана, убежденного картезианца, который критиковал Лейбница, утверждая, что ошибается именно он. Это позволило немецкому ученому опубликовать ответ в том же самом журнале. После еще некоторых реплик с обеих сторон Лейбниц предложил Кателану задачу: воспользоваться картезианским методом для нахождения кривой равномерного падения, то есть цепной линии. Аббат так и не ответил, зато опубликовал решение Гюйгенса, хотя и без доказательства. Лейбниц же опубликовал решение вместе с доказательством в статье 1689 года в «Актах ученых».

В 1690 году он восстановил контакты с Лондоном через Анри Жюстеля, королевского библиотекаря. Лейбниц попросил у него информацию о новейших открытиях, поскольку последний журнал, который он получил, датировался 1678 годом. Спустя два года он связался через Жюстеля с Эдмундом Галлеем (1656–1742), бывшим тогда секретарем Королевского общества. В то время Фатио де Дюилье уже развязал полемику о первенстве открытия математического анализа, выразив в письме Гюйгенсу удивление тем, что Лейбниц не воздал должное Ньютону при публикации своих статей об анализе. В 1693 году Лейбниц отправил первое письмо напрямую Ньютону, который ответил не сразу, поскольку послание где-то затерялось, и не выказывал никакой неприязни.

В 1687 году началась плодотворная переписка Лейбница с братьями Бернулли, а в 1692 году — с маркизом Лопиталем. Последний уже разбирался в анализе, поскольку прочитал статью Лейбница, опубликованную в 1688 году, и, кроме того, взял уроки у Иоганна Бернулли. В письмах они рассказывали друг другу о своих проектах, и Лопиталь, в частности, поведал Лейбницу о работе, посвященной дифференциальному исчислению, которую он опубликовал только в 1696 году. Лопиталь также предполагал, что затем возьмется за другой труд — об интегральном исчислении. В предисловии к книге он упоминал признание Лейбница в одной из статей о том, что Ньютон открыл нечто, похожее на его анализ, хотя метод Лейбница был быстрее и его было легче применять.

МЕДИЦИНСКИЕ АСПЕКТЫ

У Лейбница были весьма разносторонние интересы. Литература, театр, опера, технологические разработки, военная организация... Почти все привлекало его внимание. Помимо всего прочего ученый заинтересовался медициной. Лейбниц пытался быть в курсе достижений этой науки, которая все еще пребывала в очень примитивном состоянии. Не прошло и ста лет с тех пор, как было открыто кровообращение, но только через два века появится простая идея о том, что врачам нужно мыть руки перед операцией. Когда в 1691 году через Жюстеля ученый узнал о лекарстве от дизентерии, он не успокоился, пока

БЕРНАРДИНО РАМАДЗИНИ

Бернардино Рамадзини (1633–1714) — врач и философ, родившийся в городе Карпи, недалеко от Модены. Он изучал медицину в университете в Парме и, получив степень доктора медицины, начал практиковать в родном городе. В 1671 году Рамадзини переехал в Модену, где стал помощником личного врача герцога Франческо II из дома Эсте. В 1682 году ему предложили возглавить кафедру медицины в Моденском университете. В 1700 году он переехал в университет Падуи, где стал деканом. Он был членом многих медицинских сообществ и Берлинской академии (по рекомендации Лейбница, который тогда был ее председателем). Рамадзини вошел в историю медицины, поскольку был первым, кто досконально занимался исследованием профессиональных заболеваний. Он описал их в своей главной работе *De morbis artificum diatribe* («О болезнях рабочих»), опубликованной в 1700 году. Рамадзини был первым, кто изучал недуги больных, интересуясь их профессией.

не получил его. Это была ипекакуана, растущая в Южной Америке, и Лейбниц выступал за ее использование в Германии.

Через пару лет в работе, посланной принцессе Софии, он давал ряд рекомендаций по медицине, которые сегодня кажутся нам очевидными. Для прогресса в области медицины нужно было осуществлять соответствующие исследования и распространять результаты. Постановка диагноза обязательно должна происходить до лечения. Нужно следить за симптомами болезни и вести письменную историю ее развития и реакции пациента на лечение. Необходимо распространять сообщения о самых интересных случаях. Важно, чтобы больницы хорошо финансировались и в них работал квалифицированный персонал. Лейбниц также отстаивал необходимость профилактической медицины и создания Совета по здравоохранению, куда входили бы политики и врачи, способные предложить ряд мер для лечения социально значимых заболеваний, способных вызывать эпидемии.

Еще одной темой, заинтересовавшей ученого после бесед с врачом Бернардино Рамадзини (1633–1714), с которым он познакомился в Модене, была медицинская статистика. Лейбниц был уверен, что распространение статистических данных пошло бы всем только на пользу, поскольку тогда врачи будут лучше подготовлены к столкновениям с наиболее распространенными заболеваниями. Он отстаивал эту точку зрения в различных дискуссиях и даже предложил «Журналь дэ саван» ежегодно публиковать медицинскую статистику, полученную с помощью метода, установленного Рамадзини.

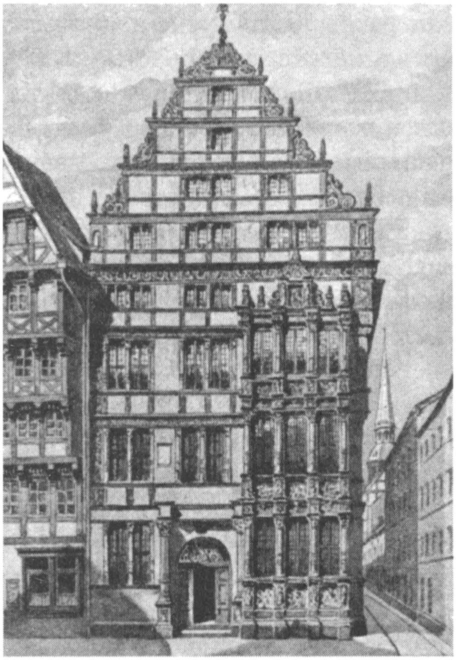
ИЗУЧЕНИЕ ЯЗЫКОВ

У Лейбница были большие способности к языкам. В молодости он почти самостоятельно изучал латынь и греческий, а также писал статьи на латыни, французском и немецком. Он даже опубликовал одну статью на итальянском, продемонстрировав хорошее владение языком. Ученый был убежден в том, что должен существовать исходный язык, от которого произошли все остальные, и его следы должны были остаться во всех существующих языках. Чтобы проверить это, он собирал примеры языков всего мира. Он также утверждал, что изучение языков должно дополнять образование в области истории и происхождения и миграций народов.

В 1696 году, желая продвинуть изучение немецкого языка, Лейбниц предложил создать Немецкое общество в Вольфенбюттеле под руководством герцога Антона Ульриха, который правил вместе со своим братом Рудольфом Августом. Они оба были друзьями Лейбница.

Одна из самых главных работ ученого в этой области — *Unvorgreiffliche Gedanken, betreffend die Ausübung und Verbesserung der teutschen Sprache* («Предварительные размышления об использовании и совершенствовании немецкого языка»), написанная в 1697 году и опубликованная в 1717-м. В ней он выступал за то, чтобы превратить немецкий язык в средство культурного и научного выражения, а также замечал, что со времен Тридцатилетней войны немецкий язык деградировал и подвергается опасности стать испорченным французским языком.

Но Лейбница волновали не только существующие языки; он, кроме того, хотел создать собственный язык, связанный с математикой. Еще в школе у него была мысль придумать универсальный алфавит, которую он частично развил в своей *«Комбинаторике»*. Лейбниц задумывал алфавит человеческой мысли, что привело его к понятию *универсальной характеристики*. Точно так же, как слова образуются комбинациями букв, на основе небольшого числа простых идей можно построить более сложные идеи. В универсальном языке ученого идеи должны были образовываться сочетаниями знаков, которые были бы компонентами этой идеи. Если, кроме того, установить серию правил для сочетания данных знаков, можно осуществлять рассуждения так же, как осуществляются числовые вычисления. В некоторых письмах, где он затрагивал эту тему, Лейбниц приводил в качестве примера универсальной характеристики китайское письмо.



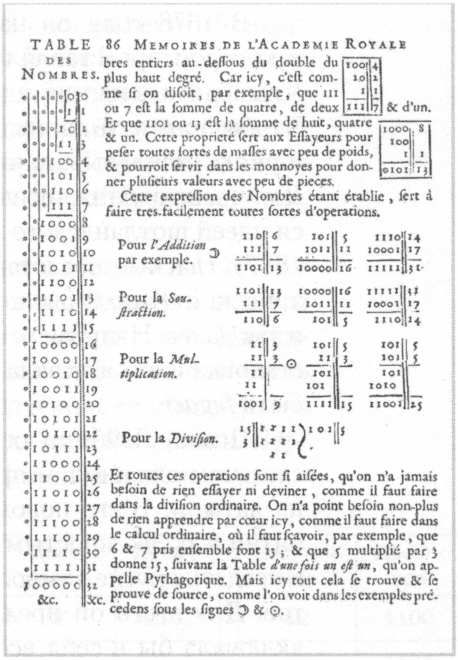


TABLE DES NOMBRES.

0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15
10000	16
10001	17
10010	18
10011	19
10100	20
10101	21
10110	22
10111	23
11000	24
11001	25
11010	26
11011	27
11100	28
11101	29
11110	30
11111	31
100000	32
&c.	&c.

86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

bres entiers au-dessous du double du plus haut degré. Car icy, c'est comme si on disoit, par exemple, que 111 ou 7 est la somme de quatre, de deux & d'un.

100	4
10	2
1	1
111	7

Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre & un. Cette proprieté sert aux Essayeurs pour peser toutes sortes de masses avec peu de poids, & pourroit servir dans les monnoyes pour donner plusieurs valeurs avec peu de pieces.

1000	8
100	
1	1
0101	13

Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire tres-facilement toutes sortes d'operations.

Pour *l'Addition* par exemple. ☽

110	6	101	5	1110	14
111	7	1011	11	10001	17
1101	13	10000	16	11111	31

Pour la *Soustraction*.

1101	13	10000	16	11111	31
111	7	1011	11	10001	17
110	6	101	5	1110	14

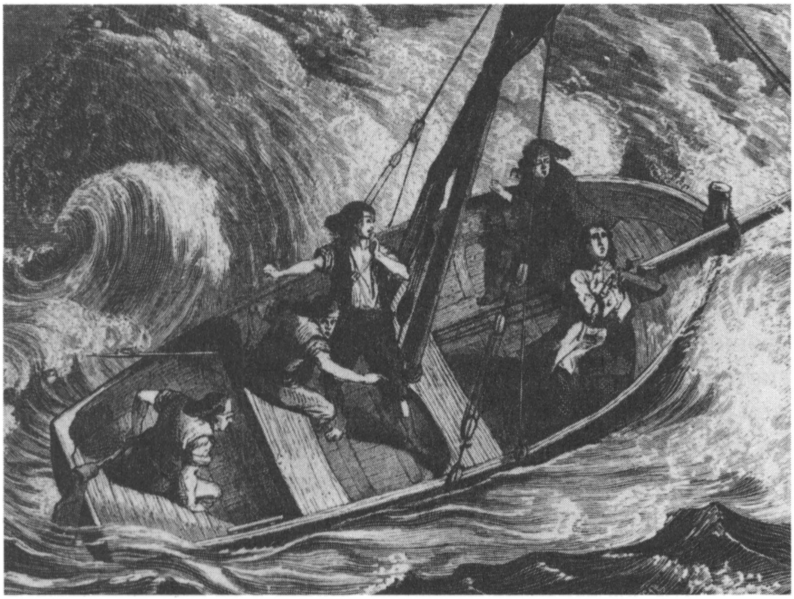
Pour la *Multiplication*. ⊙

11	3	101	5	101	5
11	3	11	3	101	5
11		101		101	
11		101		1010	
1001	9	1111	15	11001	25

Pour la *Division*.

15	1111	101	5
3	11		

Et toutes ces operations sont si aisées, qu'on n'a jamais besoin de rien essayer ni deviner, comme il faut faire dans la division ordinaire. On n'a point besoin non-plus de rien apprendre par cœur icy, comme il faut faire dans le calcul ordinaire, où il faut sçavoir, par exemple, que 6 & 7 pris ensemble font 13; & que 5 multiplié par 3 donne 15, suivant la Table *d'une fois un est un*, qu'on appelle Pythagorique. Mais icy tout cela se trouve & se prouve de source, comme l'on voit dans les exemples precedens sous les signes ☽ & ⊙.



ВВЕРХУ СЛЕВА:
Дом, в котором жил Лейбниц в Ганновере до своей смерти. Гравюра К. Хапке.

ВВЕРХУ СПРАВА:
Страница из «Изложения двоичной арифметики» — статьи, которую Лейбниц послал в Парижскую академию наук.

ВНИЗУ:
Во время бури в Италии протестанта Лейбница суеверные моряки хотели выбросить за борт, но он начал молиться на итальянском и спас свою жизнь.

В 1678 году он написал работу *«Универсальный язык»*, в которой представлял простые идеи в виде простых чисел, а выводимые из них идеи — в виде произведения этих чисел. Чтобы понимать данный язык, нужно было знать простые идеи и уметь раскладывать числа на множители для их нахождения. Для превращения чисел в живую речь Лейбниц воспользовался идеей шотландского лингвиста Джорджа Дальгарно (1626–1687): гласные представляли числа 1, 10, 100, 1000 и 10 000, а числа от 1 до 9 были первыми согласными, b-1, c-2, d-3, f-4 и так далее. Например, число 245 выражалось как *cifega*. Перестановка слогов давала то же число, то есть 245 также могло быть *fegaci*.

Позже Лейбниц оставил эту идею, поскольку нашел ее слишком сложной, и приспособил другую схему, основанную на латыни. В его новом подходе нужно было свести все понятия к более простым элементам, обозначить их символами и создать другие символы для сочетаний предыдущих элементов. Для этого он предлагал создать энциклопедию, которая включала бы в себя все существующее знание. Ученый даже написал введение для энциклопедии и проводил исследования, пытаясь приспособить вычисление и геометрию к нахождению универсальной характеристики. В итоге проект не получил конкретного развития.

ОЧЕНЬ АКТУАЛЬНЫЙ ЯЗЫК

Хотя в истории существовали отдельные попытки сделать двоичную систему счисления, именно Лейбниц создал такую систему в том виде, в каком мы ее знаем сегодня. Мы не можем сказать точно, когда именно ученый занимался этой идеей, но уже в 1682 году он написал о возможностях двоичной системы и начал разрабатывать конструкцию основанной на ней арифметической машины, хотя в дальнейшем ему пришлось отказаться от данного проекта из-за большого количества технических сложностей.

В распоряжении нашей десятичной системы есть 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Если имеется более 9 элементов, поскольку у нас нет других знаков, мы переходим к старшему разряду (десяткам), и так элемент, следующий за 9, обозначается 10, то есть один десяток и ноль единиц. Точно так же, если добавить единицу к группе из 99 элементов, получается сотня, которая обозначается 100, и так далее.

В двоичной системе есть только две цифры: 0 и 1. Поэтому когда мы хотим представить элементы больше 0 или 1, мы должны также использовать разряды высшего ранга. Например, чтобы зафиксировать значение 2, мы будем использовать запись 10: одна единица второго разряда и ноль единиц первого разряда. Двоичное число состоит из ряда нулей и единиц. Первые двоичные числа представлены в следующей таблице.

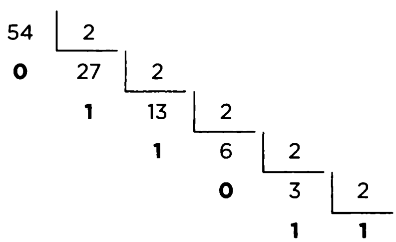
Десятичное	Двоичное
0	0
1	1
2	10
3	11

Десятичное	Двоичное
4	100
5	101
6	110
7	111

Десятичное	Двоичное
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011

Десятичное	Двоичное
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Чтобы перевести десятичное число в двоичную форму, мы должны делить его и образующиеся результаты деления на 2: остатки от деления — это нули и единицы, которые нужно расположить от последнего к первому. Посмотрим, как превратить число 54 в двоичное, то есть $54 = 110\,110_{(2}$.



ДРУГИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Кроме двоичной системы счисления существуют другие подобные. Одна из них — восьмеричная: в ней только восемь цифр, от 0 до 7, и следующее значение вместо 8 — это 10. Но, возможно, наиболее используемой является 16-ричная система — на основе 16. Для нее требуется 16 различных цифр, а у нас есть только 10, поэтому недостающие цифры заменяются буквами. В результате в 16-ричной системе имеются цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Двоичная	8-ричная	16-ричная
0000	00	0
0001	01	1
0010	02	2
0011	03	3
0100	04	4
0101	05	5
0110	06	6
0111	07	7

Двоичная	8-ричная	16-ричная
1000	10	8
1001	11	9
1010	12	A
1011	13	B
1100	14	C
1101	15	D
1110	16	E
1111	17	F

Преимущество 16-ричной системы в том, что мы можем использовать только одну цифру для первых 16 значений, для чего в двоичной понадобилось бы четыре. В информатике базовая единица информации называется *бит*, который может иметь значение 0 или 1. Программное обеспечение компьютера работает с *байтами*, образованными из восьми *битов*; следовательно, каждый *байт* может принимать значение от 0 до 255, и ему нужно восемь двоичных цифр. Обычно это очень широко используется в кодировании цветов. Любой цвет в цифровом виде образован смешением трех первичных цветов, красного (*red*), зеленого (*green*) и синего (*blue*), что известно как код RGB. Каждому из таких первичных значений присваивается число от 0 до 255, показывающее интенсивность этого цвета, участвующего в составном цвете. Часто цвет представляют в виде шести 16-ричных цифр, чтобы указать его код RGB.

Цвет	RGB
Белый	#FFFFFF
Зеленый	#00FF00
Желтый	#FFFF00

Цвет	RGB
Коричневый	#800000
Пурпурный	#FF00FF
Циановый	#00FFFF

Цвет	RGB
Серебряный	#C0C0C0
Темно-серый	#5E5E5E
Черный	#000000

Чтобы перейти от двоичного к десятичному, нам нужно учитывать разложение числа. В десятичной системе число 2357 равно

$$2357 = 2000 + 300 + 50 + 7 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + \\ + 7 \cdot 1 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0.$$

Аналогично, число $110\,110_{(2}$, разложенное в двоичной системе, равно

$$110\,110_{(2} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = \\ = 32 + 16 + 0 + 4 + 2 + 0 = 54.$$

Во время поездки в Вольфенбюттель в 1696 году Лейбниц представил свою систему герцогу Рудольфу Августу, и она произвела на него сильное впечатление. Лейбниц придумал монету, на лицевой стороне которой было изображение герцога, а на обратной — аллегория, посвященная двоичной системе. Если точнее, он выгравировал таблицу с числами от 0 до 15 и их соответствующими двоичными значениями, а также примеры сложения и умножения двоичных чисел.

Лейбниц видел в данной системе представление собственной философии и аналогию непрерывного создания чего-то из ничего. Он также связывал ее с сотворением мира. Сначала не было ничего — 0, а в первый день был только Бог. Через 7 дней уже было все, поскольку 7 в двоичной записи — это 111, в этом обозначении нет ни одного нуля.

Когда в 1700 году Лейбниц был избран иностранным членом восстановленной Парижской академии наук, он послал туда работу, в которой была изложена двоичная система. Однако, хотя академики и выразили интерес к открытию, они нашли, что его систему очень сложно использовать, и стали ждать, пока ученый представит примеры ее применения. Через несколько лет он снова представил свое исследование, которое было принято лучше, но в этот раз связал его с гексаграммами «И Цзин». Лейбниц также написал статью под заголовком *«Изложение двоичной арифметики»*.

Сегодня двоичная система — основа информатики. Все компьютеры работают, используя эту систему счисления, и вся информация, которая проходит через них, превращается в набор нулей и единиц.

СТРАСТЬ К КИТАЮ

Лейбниц всегда испытывал особое влечение к китайской культуре. Уже в 1678 году он знал китайский язык, который лучше всего отвечал его представлениям об идеальном языке. Ученый считал, что европейская цивилизация наиболее совершенна, поскольку основана на христианском откровении, а китайская — наилучший пример нехристианской цивилизации. В 1689 году в Риме он познакомился с иезуитским миссионером Клаудио Филиппо Гримальди, президентом китайского управления математики в Пекине, и тот рассказал ему, что император, принцы и другие чиновники получают ежедневный урок математики, сам император знаком с учением Евклида и умеет вычислять движения небесных тел. В 1697 году Лейбниц опубликовал *Novissima Sinica* («Последние новости из Китая»), сочинение, включавшее письма и работы иезуитских миссионеров в Китае. Через отца Вержюса, руководителя иезуитской миссии в Китае, которому он послал один экземпляр, эта работа попала в руки отца Иоахима Буве, миссионера, находившегося в Париже. С тех пор между Лейбницем и Буве установились очень тесные отношения, они даже вели совместную разработку двоичной системы. Познакомившись с философией Лейбница, Буве сравнил ее с древнекитайской философией, которая была основана на принципе естественного права. Также именно Буве привлек внимание Лейбница к гексаграммам «И Цзин», соответствовавшим двоичной системе, созданной Фу Си, мифическим персонажем — основателем китайской культуры.

Лейбниц во многих инстанциях выступал за то, чтобы добиться тесной связи между Европой и Китаем через Россию.

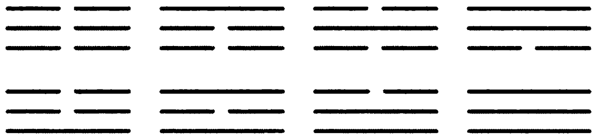
Так как у него были хорошие отношения с Москвой, он надеялся осуществить свое намерение. Ученый даже настаивал в Берлинской академии на подготовке протестантской миссии в Китае. По его мнению, если бы удалось обратить императора, это был бы большой успех, а католическая миссия не сильно продвинулась в этом деле.

Лейбниц опубликовал свою основную работу о Китае за несколько месяцев до смерти, назвав ее *Discours sur la théologie naturelle des chinois* («Сочинение о естественной теологии китайцев»). В ней он утверждал, что древние китайцы создали естественную религию, совместимую с христианством. Он указал на аспекты древнекитайской философии, которые были схожи с его собственной. В последней части Лейбниц излагал свою двоичную систему и ее связь с «И Цзин». Он также указывал на важные моменты, которые делали китайцев цивилизованным народом, не уступающим европейцам: их древнейшие исторические хроники, в чем Европа явно отставала; их значительные достижения в практической философии (образовании, гражданских делах, личных отношениях) и в науках, которые превзошла только европейская наука.

«И ЦЗИН» И ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА

«И Цзин», или «Книга перемен»,— это древнекитайская книга для гадания, с помощью которой можно узнать будущее, связанное с семьей и другими аспектами жизни. В ней развивается даосистская философия *инь* и *ян*. Она была написана мифическим императором Фу Си около 2400 года до н. э. и дополнена в последующие эпохи, например Конфуцием в 500 году до н. э.

Толкование книги основывается на ряде символов (*гексаграмм*), каждый из которых имеет разное значение в зависимости от контекста. Они образованы непрерывными и пунктирными линиями, сгруппированными в *триграммы*. Каждая гексаграмма состоит из сочетания двух триграмм в разных вариантах. Восемь триграмм показаны на следующем рисунке.

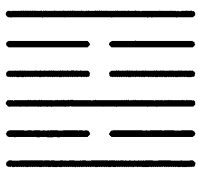


Если соединить две триграммы всеми возможными способами, получаются 64 возможные гексаграммы, образованные шестью линиями. Хотя Буве думал, что это было создание самого Фу Си, именно китайский философ Шао Юн (1011–1077) придал гексаграммам вид, напоминающий двоичную систему. На следующем рисунке мы можем увидеть некоторые из гексаграмм. Хотя китайцы не знали нуля, если рассматривать пунктирную линию как нуль, а непрерывную — как единицу, мы можем увидеть первые зашифрованные двоичные числа.

0	1	2	3	4	5	6	7
000000	000001	000010	000011	000100	000101	000110	000111

Так можно обозначить двоичные числа от 0 до 63. Достаточно назначить гексаграмме двоичный код и превратить его в десятичное число. Например, гексаграмма на следующем рисунке обозначала бы число:

$$101001_{(2} = 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 =$$
$$= 32 + 8 + 1 = 41.$$



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАПИСЬ

Обычно мы воспринимаем вещи, которые знаем с детства, так, словно они были всегда. Кажется, что интернет, мобильные телефоны, компьютеры и телевидение существуют уже давным-давно, хотя многие из нас жили еще в те времена, когда их еще не изобрели. С символами, используемыми в науке, происходит то же самое. Мы привыкли писать и совершать операции с числами и функциями, используя символы, которые, кажется, были всегда. При этом, например, арабские цифры, сопровождающие нас в повседневной жизни, более «новые» для нашей культуры, нежели римские.

В XVI и XVII веках одной из сложностей для обмена результатами исследований или понимания разработок других ученых было именно отсутствие четкой и унифицированной записи.

Символы + и – для операций сложения и вычитания начали применяться только в XV веке в Германии. После этого еще довольно долго в некоторых странах, например в Испании, продолжали работать с символами $\tilde{p}$ и $\tilde{m}$ (начальные от *plus* и *minus*). Использование знака × для умножения приписывается Отреду, изобретателю логарифмической линейки.

Черта для обозначения деления считается арабским изобретением, а Фибоначчи (ок. 1170 — ок. 1250) распространил его по Европе. Любопытно, что только в XIX веке английский математик Огастес де Морган (1806–1871) начал использовать вариант a/b, исходя из интересов книгопечатания, поскольку в изданиях выражение

$$\frac{a}{b}$$

занимает три строчки, в то время как предыдущее — только одну.

Ньютон был первым, кто применил степени для представления дробей и корней. Так, он использовал a^{-1} для обозначения

$$\frac{1}{a}$$

и $a^{3/5}$ — для $\sqrt[5]{a^3}$. Символ $\sqrt{\ }$ для корней — как деформация буквы r — начал использоваться в XVI веке.

Англичанин Роберт Рекорд (1510–1558) первым ввел символ =, поскольку считал, что нет ничего более равного, чем две параллельные линии. Однако потребовался почти век, чтобы этот знак приняли в качестве распространенного символа. Декарт, например, пользовался символом ∝ (у его символа раскрытие было слева). Символы < и > для обозначения меньшего и большего появились только в начале XVII века благодаря англичанину Томасу Хэрриоту (1560–1621).

Другим важным элементом вычисления было понятие *функции*. Французу Николаю Орезмскому приписывают авторство примитивного понятия функции, которую он определял так: «Все, что варьирует, вне зависимости от того, можно ли это измерить, можно вообразить в виде непрерывной величины, представленной отрезком». Именно Декарт начал работать с данным понятием как с отношением между двумя переменными, которое можно представить в виде кривой. С него, кстати, пошла традиция пользовался первыми буквами алфавита для обозначения констант и последними — для переменных, как мы это делаем и сегодня.

Первое ясное представление о функциональном отношении появилось благодаря шотландцу Джеймсу Грегори, который указывал, что переменная зависит от нескольких выражений, если ее можно получить из них с помощью любой вообразимой операции.

ЗАПИСЬ ЛЕЙБНИЦА

Лейбниц очень осторожно относился к выбранной записи и посвящал много времени ее совершенствованию. Он был первым, кто начал использовать точку (·) для обозначения действия умножения, поскольку символ × можно перепутать с переменной.

Лейбниц также был первым, кто стал использовать символ : для деления — из тех же соображений, которыми позже руководствовался Морган. Он писал:

> «*a*, деленное на *b*, обычно обозначают
>
> $$\frac{a}{b};$$
>
> однако очень часто предпочтительно избегать этого и продолжать в том же абзаце, воспользовавшись вставкой двух точек; то есть *a* : *b* обозначает *a*, деленное на *b*».

Швейцарец Иоганн Генрих Ран за несколько лет до этого применил знак ÷ для обозначения деления. Данный символ прижился в Англии и используется в англо-саксонских странах, в то время как в большинстве других стран принято обозначение Лейбница.

Лейбниц также был первым человеком, употреблявшим слово *функция* в своих работах, хотя это еще было не то же самое понятие, которое подразумеваем мы. Именно Иоганн Бернулли первым использовал это слово и дал ему конкретное определение: «Функция переменной определяется как величина, состоящая неким образом из переменной и констант»; под «неким образом» предполагается как «алгебраически», так и «трансцендентно». Кроме того, он был первым, кто использовал слова *константа*, *переменная* и *параметр*.

Лейбниц начал пользоваться аббревиатурой *omn* для вычисления интеграла. Это слово применял Кавальери, оно происходит от латинского *omnia lineas* (все линии), поскольку площадь интеграла складывается из множества линий, являющихся неделимыми. В рукописи 1675 года Лейбниц решил заменить *omn* символом, который мы используем сегодня: ∫. Однако впервые слово *интеграл* ввел Якоб Бернулли — в первой статье, где был представлен его анализ (напечатана в «Актах ученых» в 1690 году).

Лейбниц выяснил, что *omn* увеличивает свое значение, поскольку происходит сложение, а обратная ей операция — нахождение производной — должна вести к уменьшению. Можно сказать, что *omn* суммировались, а обратная операция вычиталась, поэтому для обозначения разности во второй операции ученый использовал символ d. Изначально Лейбниц ставил d в знаменателе. Он писал: «Это получается обратным вычислением. Предположим, что $\int l = ya$. То есть

$$l = \frac{ya}{d};$$

тогда точно так же, как $\int$ растет, d уменьшается в размерах». Позже Лейбниц уже помещал d в числитель.

В первой статье об анализе 1684 года уже присутствовал символ d для обозначения дифференцирования, а во второй статье 1686 года появился символ $\int$ и даже dx внутри интеграла.

НОВЫЙ ГЕРЦОГ

С тех пор как в 1676 году Лейбниц стал советником дома Брауншвейг-Люнебург при ганноверском дворе, он тратил много сил на службу герцогу во всем. Ученый предлагал много проектов тем, кто, как он считал, могли ими заинтересоваться. Он пользовался свободой и поддержкой в занятиях, которые казались ему интересными. Кроме того, поездки, связанные с выполнением поручений герцога, позволяли Лейбницу общаться с учеными, техниками, теологами и философами из разных стран.

В июне 1698 года после затяжной болезни умер Эрнст Август, за время правления которого герцогство Брауншвейг-Люнебург стало курфюршеством. Герцога сменил его сын Георг Людвиг, позже ставший королем Великобритании Георгом I. Отношения Лейбница с новым покровителем не были столь теплыми, как с его отцом и дядей. Наоборот, они были натянутыми до такой степени, что когда Георг переехал в Англию, он не позволил Лейбницу отправиться с ним, вынудив его остаться на континенте.

ГЛАВА 4

Гений не только в математике

В XVII веке еще существовали *виртуозы*, которые разрабатывали великие идеи как в теории, так и на практике, обладая очень широким кругом интересов. Одним из таких ярких примеров является Лейбниц, пионер геологии и палеонтологии — наук, которые только зарождались. Кроме того, он вложил весь свой гений в механику, особенно в динамику, изучая силы, влияющие на движение.

Курфюрст Эрнст Август скончался 23 июня 1698 года, и к власти пришел его сын Георг Людвиг. Лейбниц сохранил свою должность, и хотя вначале казалось, что ничего не изменилось, постепенно стало ясно: отношения с новым курфюрстом у ученого не сложились. Георг Людвиг никогда не поддерживал разнонаправленную деятельность Лейбница.

Основной работой ученого по-прежнему было написание истории правящей династии герцогства Брауншвейг-Люнебург, но даже спустя восемь лет ощутимых результатов все еще не было. Хотя Лейбниц постоянно сообщал о том, какие места он посетил и какие действия предпринял, курфюрст всегда оставался недоволен. В письме своей матери Софии герцог жаловался на то, что он никогда не знает, где находится Лейбниц, и что тот всегда говорит о каких-то несуществующих книгах, над которыми работает.

В 1698 и 1700 годах Лейбниц издал два тома не публиковавшихся ранее немецких исторических хроник под названием *Accessiones historicae*. Он также опубликовал первое собрание документов из герцогской библиотеки.

Начиная с 1698 года София Шарлотта регулярно приглашала Лейбница посетить Берлин, но он получил разрешение на поездку только через два года, когда курфюрст Бранденбурга поручил ему заняться созданием Прусской академии наук.

В то время Лейбниц уже был немолод и имел проблемы со здоровьем, которые будут преследовать его до конца жизни. Он часто страдал от головных болей и лихорадки, а в последние годы его мучили подагра и артрит. Многие болезни не позволяли Лейбницу путешествовать так, как он этого хотел, и служили предлогом, часто реальным, для того чтобы не возвращаться немедленно в Ганновер, когда того требовал курфюрст.

Приехав в Берлин, Лейбниц попытался добиться помощи Филиппа Ноде (1654–1729), придворного математика, чтобы продолжить заниматься двоичной системой. В этот период он несколько раз искал себе в помощники какого-нибудь молодого математика, надеясь закончить исследования, работа над которыми уже давалась ему с трудом. Лейбниц получил несколько числовых таблиц, созданных Ноде, в двоичной записи, включавших числа до 1023, то есть те, что могут быть записаны максимум с помощью десяти цифр. Лейбниц изучал, каким образом располагались цифры этих чисел. Так, в первом столбике таблицы у чисел чередовались цифры 01, во втором столбике повторялись ряды 0011, в третьем — 00001111, и так далее. Он также осуществлял исследования о вариации кратных чисел. На основе собранного материала Лейбниц написал *«Эссе о новой науке о числах»*, которое послал в Парижскую академию наук после того, как стал ее членом. В письме, прилагаемом к этому сочинению, ученый сделал комментарий о том, что данная система не задумана для практических вычислений.

В 1669 году был опубликован третий том *«Математических работ»*, великого труда Джона Уоллиса. В него вошла переписка между Лейбницем и Ньютоном через Ольденбурга, а именно *Epistola prior* и *Epistola posterior*. Хотя Лейбниц предоставил право выбора писем Уоллису, результатом он остался доволен. Ему совсем не понравилась работа Фатио де Дюилье, в которой он представлял Лейбница вторым изобретателем анализа. У него также случился спор с математиком-самоучкой Мишелем Роллем (1652–1719), выступившим с критикой анализа Лейбница: он указал на то, что понятие производной нечеткое, и отверг идею бесконечно малых высшего порядка. В Академии этот спор разрешил математик Пьер Вариньон (1654–1722), заявив, что Ролль не имеет представления об анализе, который отверг.

УЧЕНИЦА ЛЕЙБНИЦА

Лейбниц сохранил тесную дружбу с курфюрстиной Софией, супругой курфюрста Эрнста Августа, и ее дочерью, принцессой Софией Шарлоттой, супругой курфюрста Бранденбурга, который в январе 1701 года был провозглашен королем Пруссии. Хотя София Шарлотта всегда рассматривала Лейбница как друга своей матери, она вскоре начала считать его и своим другом и учителем. В послании 1699 года София Шарлотта писала ему, что он может считать ее своей ученицей. Начиная с 1700 года, когда Лейбниц посетил ее первый раз во дворце Литценбурге (в настоящее время Шарлоттенбург), его с настойчивостью приглашали в Берлин, чтобы побеседовать с королевой. Они нередко встречались и разговаривали на философские, религиозные и политические темы. В последующие годы Лейбниц часто писал ей, затрагивая в большинстве случаев философские темы и не упоминая математики — она была слишком сложна для человека без образования.

В 1704 году ученый познакомился с принцессой Каролиной Ансбахской, которая вышла замуж за сына Георга Людвига, Георга Августа. Последний сначала сменил своего отца в качестве курфюрста Ганновера, а затем короля Англии.

К сожалению, отношения Лейбница с его ученицей длились недолго, поскольку 1 февраля 1705 года королева София Шарлотта умерла.

ДИПЛОМАТИЯ

По просьбе императора Леопольда I Лейбниц встретился в Вене с епископом фон Бухаймом с целью обсудить тему объединения Католической и Протестантской церквей. Он также виделся с придворным капелланом Бранденбурга Яблонским, пытаясь воссоединить лютеранскую и реформированную ветви протестантизма, что казалось даже сложнее, чем воссоединение с католиками. Лейбниц продолжал эти дипломатические переговоры до своей смерти. В 1716 году, в последний год своей жизни, он снова встретился с Яблонским по просьбе короля Пруссии Фридриха Вильгельма I, чтобы попытаться воссоединить обе конфессии и вступить в переговоры с Англиканской церковью. Главная надежда возлагалась на то, что курфюрст Брауншвейг-Люнебургский стал королем Великобритании и, следовательно, главой Англиканской церкви. Поскольку от собственной религии он не отказался, существовала надежда на достижение благоприятных результатов. Однако у короля Великобритании не было интереса к данной теме, и миссия провалилась.

В начале 1670-х годов главная дипломатическая работа, которой был занят Лейбниц, заключалась в том, чтобы поддержать права курфюрстины Софии на корону Англии. Уже в 1698 году он обращался к королю Англии Вильгельму III с инициативой объявить Софию наследницей, а также предлагал заключить брак герцога Глоучестерского с принцессой Ганноверской. София из-за своего пожилого возраста не выказывала большого энтузиазма к наследию, поэтому Лейбниц на переговорах проявлял излишнее рвение. Однако в 1701 году в Англии был принят Акт о престолонаследии, гарантировавший английскую корону протестантским наследникам ганноверской династии.

Лейбниц также выступал посредником между Ганновером и Бранденбургом, которые противостояли Вольфенбюттелю, заключившему договор о нейтралитете с Францией и создавшему большую армию. В это время Англия и Нидерланды с поддержкой Австрии, Дании, Пруссии, Ганновера и Пфальца образовали союз против Франции. В 1701 году между союзниками и Францией началась война. Лейбниц написал доклад, в котором дал несколько советов, касающихся военных дел и хода войны. Координация планов и ресурсов, медицинская забота о солдатах и создание двух штаб-квартир, одной имперской, а другой нидерландской, — вот некоторые из его предложений.

Кроме того, ученый поддержал австрийскую династию в Испании с помощью одного из средств, которое нравилось ему больше всего: написал письмо, якобы от жителя Амстердама, в ответ гражданину Антверпена. Оба письма получили широкое распространение.

В 1713 году в Карлсбаде Лейбниц встретился с российским царем Петром I, будучи приглашенным им лично. Ученый воспользовался встречей, чтобы высказаться за союз между Россией и Австрией, который позволял закончить войну с Францией. Еще за год до описываемых событий, на свадьбе царевича Алексея и Шарлотты, Лейбниц общался с царем, который предоставил ему титул тайного советника, назначил жалованье и поручил развитие науки, а также разработку правовой реформы в России. Лейбниц предложил Петру I исследовать по всей стране магнитное склонение и наладить отношения с Китаем, чтобы китайская культура и наука дошли до Европы.

ИСТОРИЯ ИДЕТ ВПЕРЕД

После поездки в Карлсбад Лейбниц переместился в Вену, не уведомив об этом Ганновер и получая неотложные приказы курфюрста вернуться в город. Оттуда он написал письмо первому министру Ганновера Андреасу Готлибу фон Бернсторфу, информируя о том, что император предложил ему доступ к своей библиотеке, поскольку считал историю династии Брауншвейг-Люнебург достоянием всей империи.

Несмотря на постоянные упреки, работа, осуществленная Лейбницем, начала приносить свои плоды. В июне 1707 года появился первый том *Scriptorum brunsvicensia illustrantium*, изданный самим ученым. Ему пришлось заплатить своим помощникам, выдать авансом средства на издание второго тома и купить ряд экземпляров, чтобы распространить их. Все эти траты он выдержал с трудом.

Второй том вышел в 1710 году, в довольно плодотворный год для Лейбница, поскольку он также опубликовал первый номер журнала *Miscellanea Berolonensia*, принадлежавшего Берлинской академии, и одну из своих главных философских работ — *«Теодицею»*. В следующем году появился третий том истории.

Лейбниц предполагал, что история будет дополнена еще двумя томами. Он планировал закончить первый из них в конце 1714 года и после него написать еще краткий второй том. Но, к несчастью, смерть помешала ему закончить эту работу. Однако в 1749 году секретарь ученого Экхардт опубликовал четыре тома о происхождении гвельфов в качестве введения в историю.

Как только король Георг I взошел на трон, Лейбниц попытался получить назначение историографом Англии, аргументируя это тем, что его исследование должно было касаться также некоторых аспектов английских династий. Но ему не удалось получить эту должность: король считал, что ученый не сможет закончить историю династии Брауншвейг-Люнебург из-за многочисленных дополнительных дел.

В 1703 году Лейбниц добился у королевы Софии Шарлотты разрешения на ведение шелководства в Пруссии, чтобы финансировать Берлинскую академию, о чем он не переставал думать. В 1707 году ученый представил королю работу с предложением новых методов дренажа болот, так что часть прибыли должна была пойти на этот проект.

Лейбниц претендовал на многие вакантные места. В 1704 году он подал прошение на пост вице-канцлера Ганновера, но курфюрст решил убрать эту должность, так же как четырьмя годами ранее он убрал должность канцлера. В 1709 году в связи с напряженными отношениями с курфюрстом Лейбниц даже просил герцога Антона Ульриха взять его на службу.

Когда в 1711 году был коронован новый император Карл VI, ученый начал дергать за все доступные ему нити, чтобы получить должность императорского советника. В итоге в следующем году он добился желаемого, однако неприятным сюрпризом для него стало то, что эта почетная должность оказалась неоплачиваемой. Позже Лейбниц добился ежегодной компенсации, которую иногда все-таки не выплачивали, и тогда он снова был вынужден настаивать на ее получении.

ФИЛОСОФСКИЕ РАБОТЫ

В XVIII веке Лейбниц написал самые важные работы, отражающие развитие его философии. Первая из них — *«Опыты теодицеи о благости Божией, свободе человека и начале зла»*. Сочинение было опубликовано в двух томах в 1710 году как дань уважения к Софии Шарлотте: в нем он собрал многие свои беседы с королевой в Шарлоттенбурге и даже упоминания о теологической полемике того времени. Лейбниц высказал следующую точку зрения: мы живем в наилучшем из возможных миров, и мировое зло не противоречит Божественной доброте. Вольтер, поклонник Ньютона, в своей повести *«Кандид»* написал карикатуру на *«Теодицею»*.

«Об искусстве комбинаторики» и *«Теодицея»* стали единственными философскими работами Лейбница, опубликованными при жизни автора; остальные были посмертными. В 1686 году ученый написал *«Рассуждение о метафизике»*, свою первую большую философскую работу, в которой собрал воедино все свои мысли о Боге, мире и человеке. В данном сочинении появились его идеи о простых и сложных субстанциях, которые были прообразом *монад*; Лейбниц отвергал декартовы законы сохранения движения, в то же время продвигая свою идею о живой силе, прообразе кинетической энергии. Эта работа была опубликована только в 1846 году.

В 1714 году Лейбниц написал в Вене два сочинения: *«Начала природы и благодати, основанные на разуме»*, опубликованные в 1718 году, и *«Монадологию»*, в которой он довольно схематично представлял обзор всей своей философии. Ученый создал эту работу для своего друга Николя Ремона, за несколько лет до этого воодушевившего его написать о китайской теологии. На французском языке и никак не озаглавленная, она попала к издателю. Ее впервые опубликовали в 1720 году, кстати, уже на немецком, и дали ей название.

В обеих работах Лейбниц представил свою идею о простой и сложной субстанциях. В первом абзаце *«Монадологии»* можно прочитать:

> «Монада, о которой мы будем здесь говорить, есть не что иное, как простая субстанция, которая входит в состав сложных; простая — значит не имеющая частей».

В третьем абзаце приводится ее пример в природе:

> «А где нет частей, там нет ни протяжения, ни фигуры и невозможна делимость. Эти-то монады и суть истинные атомы природы, одним словом элементы вещей. [...] Итак, можно сказать, что монады способны произойти или погибнуть сразу, то есть они могут получить начало только путем творения и погибнуть только через уничтожение, тогда как то, что сложно, начинается и кончается по частям».

Ученый представляет себе эти монады как вид метафизических сущностей, не имеющих ни формы, ни размеров. Следовательно, они должны различаться по какому-либо качеству, чтобы породить различные формы при сочетании. Кроме того, они меняются не из-за какого-либо внешнего воздействия, а по внутренним причинам. Лейбниц называет *перцепцией* состояние отношения каждой монады с остальными, а внутренний процесс, меняющий перцепцию, — *стремлением*, или *apetitos*.

На основе этих понятий ученый делит монады на три класса: те, у которых есть только восприятие без сознания; те, у которых восприятие сопровождается сознанием, что соответствует животным; и те, что обладают также разумом и называются *разумной душой*, или *духом*.

ИДЕЯ АТОМА

Еще в доисторические времена люди открыли, работая с металлами, что одни элементы трансформируются в другие. Фалес Милетский (ок. 620–546 до н. э.) был первым, кто поставил вопрос: может ли любое вещество превратиться в другое, пройдя через несколько этапов? Если такое возможно, тогда должен существовать базовый элемент, присутствующий везде. Фалес считал этим элементом воду, и его главная философская мысль заключалась в том, что «всё есть вода». Анаксимен Милетский (585–524 до н. э.) решил, что этот элемент — воздух, а Гераклит Эфесский (544–483 до н. э.) предложил огонь. Эмпедокл (ок. 495–435 до н. э.), последователь Пифагора, думал, что элементов больше, чем один, и предложил четыре базовых: вода, воздух, огонь и земля. Аристотель (384–322 до н. э.), в свою очередь, добавил пятый элемент — эфир. Ученые Древней Греции не допускали вакуума, следовательно должен был существовать элемент между небом и землей. Роль Аристотеля была так велика, что в течение 20 веков его мнение оказывало существенное влияние на представления о составе материи.

Однако среди древнегреческих ученых развился интересный спор о делимости материи. Некоторые (включая Аристотеля) считали, что ее можно делить неопределенное количество раз и любой полученный элемент, каким бы маленьким он ни был, можно снова разделить. Их оппоненты утверждали, что при делении можно дойти до мельчайшей частицы, которую уже нельзя разделить. Данная концепция получила название *атомизма*, и ее главным сторонником был фракиец Демокрит (460–370 до н. э.), который назвал *атомами* эти неделимые частицы и указал, что вся материя состоит из них.

Однако авторитет Аристотеля, как уже говорилось выше, был так силен, что атомизм был практически стерт из древне-

РОБЕРТ БОЙЛЬ

Роберт Бойль (1627–1691) был английским химиком, изучавшим поведение газов при повышенном давлении. Плод его исследований — закон, гласящий, что объем обратно пропорционален давлению. Его также независимо открыл француз Эдм Мариотт (1620–1684), поэтому сегодня он известен как *закон Бойля — Мариотта*, который изучают в средней школе. В 1661 году Бойль написал работу «Химик-скептик», благодаря которой сегодня он считается отцом современной химии. В данном сочинении он утверждает, что материя образована группами атомов в движении, и столкновения между ними порождают явления, которые мы наблюдаем. Он проводил исследования по распространению звука, относительной плотности, рефракции в кристаллах и открыл участие кислорода в горении и дыхании.

греческой мысли. Сохранился он благодаря Эпикуру (341–270 до н. э.), у которого было много последователей. Другой известный персонаж, римский поэт Лукреций, в I веке до н. э. защищал атомизм с дидактической точки зрения в своей поэме *De rerum natura* («О природе вещей»).

В течение 20 веков идеи Аристотеля властвовали в научной среде. Алхимия занималась изучением трансформации одних элементов в другие — как для получения конкретных элементов, таких как золото, так и для применения в медицине, как это делали Авиценна (980–1037) и Парацельс (1493–1541). Но произошел любопытный факт. Одной из первых книг, опубликованных после изобретения печатного станка, была именно поэма Лукреция, и, как следствие, атомизм снова набрал силу в Европе.

Одним из самых известных ученых того времени был Роберт Бойль, с которым Лейбниц несколько раз встречался в Лондоне и с которым вел переписку до самой смерти. Очень возможно, что именно это знакомство привело его к созданию теории монад.

ИНТЕРЕС К УСТРОЙСТВУ ЗЕМЛИ

Человек всегда интересовался тем, как образовались различные элементы на Земле. Хотя в Древней Греции были люди, которых волновали подобные вопросы, обычно считается, что именно арабские философы первыми начали исследовать данную тему. Авиценна, например, объяснил, как образуются горы и что вызывает землетрясения. А в эпоху Средневековья термин *геология* все еще использовался для обозначения изучения всего земного в противоположность божественному.

Современная же геология начала свой путь в XVI веке. Абрахам Ортелий (1527–1598) первым высказал гипотезу дрейфа материков. Но, без сомнения, самой важной фигурой в этой области является Николас Стено, отец современной геологии, поскольку он сформулировал один из законов стратиграфии — науки, изучающей геологические пласты, или страты, Земли.

Швейцарский ученый Конрад фон Геснер (1516–1565) считается основателем палеонтологии. Он опубликовал главную работу по этой дисциплине: *De omni rerum fossilium genere, gemmis, lapidibus, metallis, et huiusmodi...*, в которой отделял органические ископаемые от драгоценных камней и минералов, основываясь на их рисунках. Роберт Гук использовал микроскоп для сравнения структуры ископаемой древесины с современной и представил свои результаты в работе *«Микрография»* 1665 года. Он также изучал головоногих и связал их с современными наутилусами. Кроме того, он был предшественником теории эволюции видов.

НИКОЛАС СТЕНО

Николас Стено (1638–1686), родившийся в Копенгагене, был ученым широкого профиля, в частности анатомом. Он заложил основы современной стратиграфии, утверждая, что слои земной коры — продукт осаждения морских пород: каждый слой является более ранним, чем тот, что расположен над ним, и последующим по отношению к нижнему, на котором он держится. Стено также высказал мнение, что каждый слой создается горизонтально, а наклонен он может быть из-за более позднего движения. Кроме того, он различал первичные породы, предшествовавшие растениям и животным, и вторичные, которые накладываются на предыдущие и содержат ископаемые остатки. Стено сравнил окаменевшие раковины с раковинами живых видов, обитающих как в пресной, так и в морской воде. Все это было представлено в его работе, которую называют шедевром: «Предварительное изложение диссертации о твердом, естественно содержащемся в твердом»; 1668. Благодаря этому труду Николас Стено считается отцом современной геологии. Он также разработал несколько законов в области кристаллографии.

Немецкий физик и иезуит Афанасий Кирхер (1602–1680) предположил, что Земля является эволюционирующей звездой, и описал ее внутреннее устройство, впрочем ничего общего с реальностью не имевшее. По его мнению, деятельность вулканов была вызвана внутренними пожарами. Однако большим вкладом Кирхера в науку были наблюдения и изучение движения Земли.

До этого времени общее мнение приписывало появление ископаемых, удаленных от моря, библейскому Всемирному потопу. Первым с критикой подобных взглядов выступил граф де Бюффон (1707–1788). Его теория заключалось в том, что геологические эрозии и трансформации происходят из-за воды и воздуха; кроме того, он поделил эволюцию природы на три эпохи — от создания планеты до появления человека. Бюффон в своей *«Естественной истории»* признал вклад Лейбница в создание геологии.

ПРЕДШЕСТВЕННИК ГЕОЛОГИИ

Лейбниц всегда выказывал большой интерес к изучению эволюции Земли. В поездках он интересовался коллекциями раритетов, в которых присутствовали окаменелости и образцы минералов. Во время пребывания в Гарце ученый посетил пещеры, где находили кости и зубы доисторических животных. Он также собрал много интересных образцов во время поездок по Германии и Италии.

В Ганновере Лейбниц встретился со Стено, а также ознакомился с трудами Кирхера. Полученные таким образом новые данные пригодились при создании главной его работы в области геологии и палеонтологии, *«Протогеи»,* написанной в 1691 году и опубликованной в 1749-м (отрывки из нее были напечатаны в *«Актах ученых»* уже в 1693-м). Ученый также включил свой обзор теории эволюции Земли в *«Теодицею»*. Его историческое исследование должно было начинаться с обзора географического и геологического аспектов. В своем сочинении Лейбниц говорил о новой науке, которую назвал *естественной географией* (соответствует современной геологии).

«Протогея» — первое произведение, которое охватывает бóльшую часть основных геологических тем: возникновение планеты Земля, образование рельефа, причины приливов и отливов, слои и минералы, а также органическое происхождение ископаемых остатков. Лейбниц признавал теорию появления планеты из огня и существование центрального огня, как и Декарт. Но в отличие от своего коллеги, утверждавшего, что огонь является причиной земных трансформаций, Лейбниц считал геологическим агентом также и воду. По его мнению, горы обязаны своим происхождением извержениям, произошедшим до Потопа, который был вызван не только дождями, но и выбросом подземных вод. Ученый также говорил о воде и ветре как элементах, формирующих рельеф, и разделял огненные и осадочные породы.

Кроме того, Лейбниц был одним из пионеров эволюционной теории. Он объяснял отличие современных животных от найденных окаменелостей тем, что виды животных меняются из-за постоянных геологических трансформаций.

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

Возможно, наиболее передовой наукой в XVI и XVII веках была механика, исследующая движение в его многочисленных аспектах. В это время для изучения движения стали применяться математические методы, что существенно ускорило развитие механики и физики в целом.

В рамках механики выделились два больших раздела: кинематика, изучающая математическое описание движения без учета причин, его вызывающих; и динамика, которая занимается причинами, порождающими движение и влияющими на него. Все великие ученые того времени внесли свой вклад в механику, особенно в динамику.

В VI веке последователь Аристотеля Иоанн Филопон ввел понятие *impetus* для обозначения сил, заключенных в телах и являющихся причиной их движения. В Средние века схоласты утверждали, что движение вызвано силой: оно сохраняется, пока действует сила, и заканчивается, когда она прекращает действовать. В современной физике, наоборот, считается, что для продолжения движения наличия действующей на тело силы не требуется.

Многие авторы полагали, что *impetus* сохраняется неопределенно долго, если не испытывает сопротивления внешних факторов. Но Николай Орезмский высказал мнение, что эта сила исчерпывается спонтанно. Данная идея позволяла ему объяснить движение маятников, пружин и вибрирующих струн. В свою очередь, французский схоласт Жан Буридан

(1300–1358) применил *impetus* для изучения падения тел и перемещения снарядов. Он говорил:

> «Когда двигатель приводит тело в движение, он испускает некий impetus, или движущую силу, действующую в том направлении, в котором двигатель привел тело в движение, то есть вверх или вниз, в сторону или по кругу».

Однако на самом деле законы современной динамики создал Галилео Галилей, который также изучал падение тел и движение снарядов. Сначала он признавал, как это было принято со времен Аристотеля, что когда тело падает, оно увеличивает свою скорость, пока не достигнет постоянной скорости падения. Позже благодаря экспериментам ученый пришел к пониманию равноускоренного движения. Поскольку было очень сложно изучать тело в свободном падении, он проводил опыты с шарами, которые скатывались по наклонной плоскости.

Законы, управляющие движением с постоянным ускорением, сегодня хорошо известны. Если считать, что s представляет собой пройденное расстояние, t — время, v_0 — начальную скорость, v — конечную, a — ускорение, то основные формулы будут следующие:

$$v = v_0 + a \cdot t,$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}(v - v_0) \cdot t,$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

Однако значение константы ускорения свободного падения вычислил Гюйгенс, который обозначил ее $g = 9{,}81$ м/с^2.

Галилей вывел следующие законы.

— Любое тело, движущееся по горизонтальной плоскости без трения, продолжит движение в течение неопределенного времени с той же скоростью (закон инерции).

— В свободном падении в вакууме все предметы [независимо от их массы] проходят определенное расстояние за одно и то же время.

— Движение тела при свободном падении или катящегося по наклонной плоскости равномерно ускорено, то есть наблюдается одинаковое увеличение скорости за одинаковый промежуток времени.

Второй закон противоречил здравому смыслу, так что для его подтверждения Галилей провел (предположительно) знаменитый эксперимент на Пизанской башне: он состоял в том, чтобы уронить два объекта с разной массой и проверить, упадут ли они на землю одновременно. Хотя и правда, что сила тяжести больше действует на тело большей массы, так как эта сила равна произведению массы тела на ускорение, однако последняя величина постоянна для обоих тел.

Главной работой Галилея были *«Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению»*. Он написал ее в период, когда находился в тюремном заключении за спор с Инквизицией, и потом опубликовал в Нидерландах в 1638 году. Данное сочинение представлено в виде разговора трех персонажей: Сальвиати, озвучивавшего точку зрения Галилея, Симпличио, защищавшего взгляд на проблему Аристотеля, и Сагредо, независимого индивида с открытым разумом, желающего учиться. Этот труд широко распространял Мерсенн. В работе Галилея утверждалось, что если тело перемещается по горизонтальной плоскости, то его равномерное движение протекает в течение неопределенного периода времени, но если плоскость заканчивается, на тело действует сила тяжести и вынуждает его двигаться вниз. Так рождалось *сложное движение*, применявшееся к снарядам, для которых характерно два типа движения: горизонтальное вперед и вертикальное вниз. Он также выделил два вида движения: *равномерное* и *равноускоренное*.

Ученик Галилея, Эванджелиста Торричелли, родоначальник гидродинамики, развил динамику в своих *«Беседах»*.

Он доказал равенство скоростей, которые тело приобретает на различных наклонных плоскостях, начинающихся на одной и той же высоте. Другой последователь Галилея, Пьер Гассенди (1592–1655), провел эксперимент, бросив камень с мачты двигающегося корабля. С точки зрения здравого смысла камень должен был упасть далеко от мачты, поскольку корабль находился в движении, но выяснилось, что он падает в одно и то же место, у ее подножия. Таким образом Гассенди доказал, что движение относительно и зависит от системы координат, в которой мы находимся. Это разрешало спор о том, почему птицы не отстают, если Земля находится в движении.

Декарт также изучал движение, которое он охарактеризовал так: «...действие, из-за которого тело перемещается из одного места в другое». Для него движение было относительным и должно было определяться исходя из его отношений с другими телами:

> «Движение — это перемещение одной части материи, или тела, из соседства одних непосредственно касающихся его тел, которое мы называем состоянием покоя, в соседство других тел».

Кроме того, Декарт изучал силы, используемые для поднятия тела в пространстве, указав, что...

> «Сила, которая может поднять вес 100 фунтов на высоту 2 фута, также может поднять тело в 200 фунтов на высоту в 1 фут. [...] У этой силы всегда два измерения, то есть произведение веса на высоту».

Если вместо веса использовать понятие массы, то сила, о которой говорит ученый, сегодня известна нам как *потенциальная энергия*.

Из-за полного отрицания вакуума Декарт утверждал, что пространство заполнено порциями материи, взаимодействующими при столкновении, поэтому не признавал силу или действие на расстоянии. Гравитацию, например, он объяснял распространением импульсов через эфирную материю, заполнявшую пространство. Законы движения Декарта были следующие.

— Тело меняет свое движение (или состояние покоя) только из-за столкновения с другим телом.

— Тело имеет тенденцию двигаться по прямой, за исключением столкновения с другими телами.

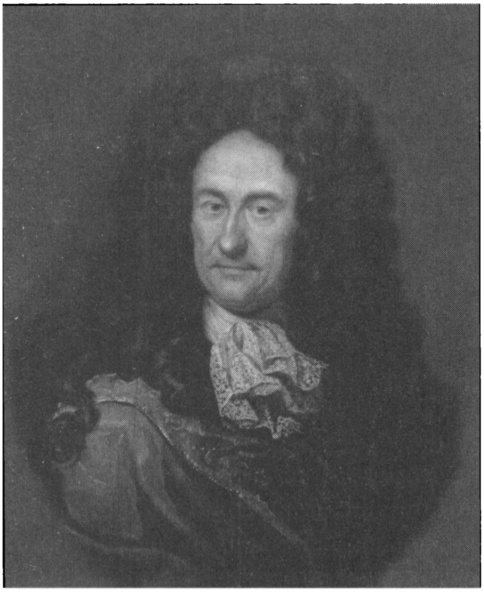
— Когда одно тело сталкивается с другим, оно не может передать ему движение, не потеряв столько же от своего, и не может лишить его движения, не увеличив свое в той же пропорции.

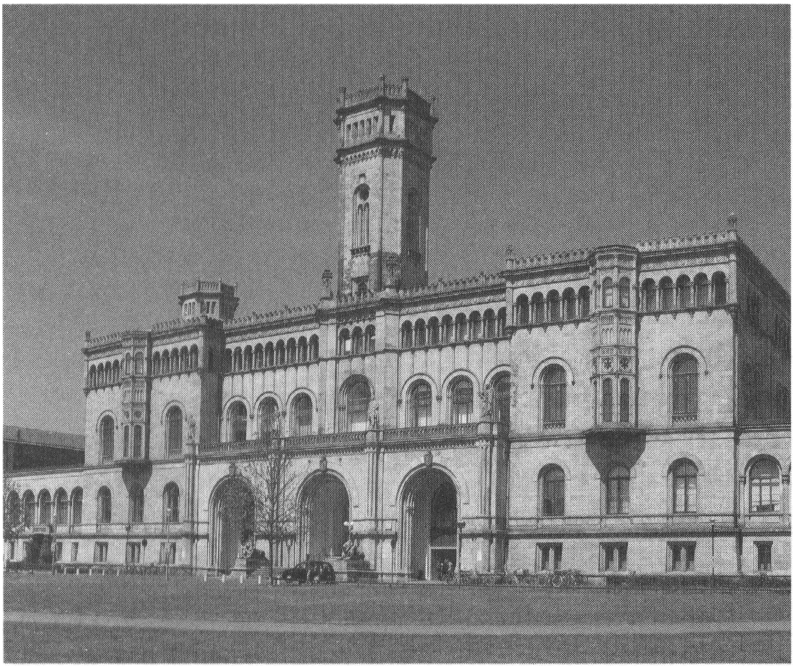
Последний закон Декарт дополнял рядом правил, касающихся различных типов столкновений. Но так как он не указывал, упругие они или нет, и не учитывал направление движений, большинство из этих правил неверны.

То, что Декарт определял как *количество движения* — произведение массы на скорость, — представляло собой число (скалярную величину), и он утверждал, что оно постоянно. Это неверно, если не учитывать направление скорости.

С целью прояснить путаницу со столкновениями в 1668 году Королевское общество призвало своих членов изучить данную проблему. В результате был сделан вывод, что при столкновениях количество движения сохраняется только в случае, если учитывать направления скоростей, то есть если работать с векторными, а не скалярными величинами.

На призыв Королевского общества откликнулись Джон Уоллис, изучавший неупругие столкновения, Кристофер Рен, занимавшийся упругим столкновением (хотя он не подкрепил свои результаты полноценными доказательствами), и Гюйгенс. Последний изучал упругое столкновение, основываясь на понятии инерции, принципе относительности и постулате о том, что два одинаковых тела с одинаковой скоростью, сталкивающиеся напрямую, рикошетируют с одинаковой скоростью. Его





ВВЕРХУ СЛЕВА:
Портрет Лейбница, написанный Иоганном Фридрихом Венцелем около 1700 года. Сегодня находится в архиве Берлинско-Бранденбургской академии наук.

ВВЕРХУ СПРАВА:
Могила Лейбница в Нойштедтер-Кирхе, лютеранской церкви в Ганновере. Простота надгробья одного из самых значимых ученых своего времени контрастирует с пышностью могилы другого гения той эпохи — Исаака Ньютона, похороненного в Вестминстерском аббатстве рядом с другими великими людьми.

ВНИЗУ:
Вид на Ганноверский университет, который с 2006 года называется Университетом Вильгельма Лейбница.

исследование о столкновениях между неравными телами было опубликовано посмертно в 1700 году.

Гюйгенс открыл законы центростремительной силы — той, которая удерживает тело, движущееся вокруг центра. Он доказал, что в круговом движении центростремительная сила так относится к общей силе ($m \cdot a$), как периметр (длина $2\pi r$) к радиусу, откуда получил $F_c = 2\pi \cdot m\frac{v}{t}$. И так как

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2\pi r}{v},$$

то после замены получается формула, к которой пришел Гюйгенс:

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r}.$$

Из приведенного выше уравнения и третьего закона Кеплера Ньютон в своем законе всемирного тяготения сделал вывод о том, что сила притяжения двух тел обратно пропорциональна квадрату расстояния:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{d^2},$$

где G — постоянная всемирного тяготения.

Сила, действующая между двумя телами с массами m_1 и m_2, разделенными расстоянием d, прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Исаак Ньютон. Закон всемирного тяготения (1687)

Ньютон также изучал неупругие столкновения и утверждал, что необходимы внешние силы для начала или прекращения движения, которые изменили бы направление или скорость. Английский ученый рассматривал три различные силы.

— *Vis insita*, или сила инерции: «Это способность всех тел к сопротивлению, которую имеет каждое тело постольку, поскольку стремится сохранить свое нынешнее состояние, будь то покой или равномерное движение по прямой линии».

— *Vis impressa*, или приложенная сила: «Это действие, оказываемое на тело, чтобы изменить его состояние».

— *Vis centripeta*, или центростремительная сила: «Это сила, благодаря которой тела притягиваются, или отталкиваются, или каким-то образом стремятся к одной точке как к центру».

В качестве примеров последней силы он приводит тяготение или силу, притягивающую железо к магниту. Именно благодаря ей планеты вертятся вокруг Солнца, а не следуют по прямой линии. Эта центростремительная сила, которую Ньютон назвал в честь Гюйгенса, создает движение и в космосе. Ученый считал ее реакцией на центробежную силу.

В свою очередь Ньютон также сформулировал три закона движения.

— Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

— Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

— Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе взаимодействия двух тел друг на друга равны и направлены в противоположные стороны.

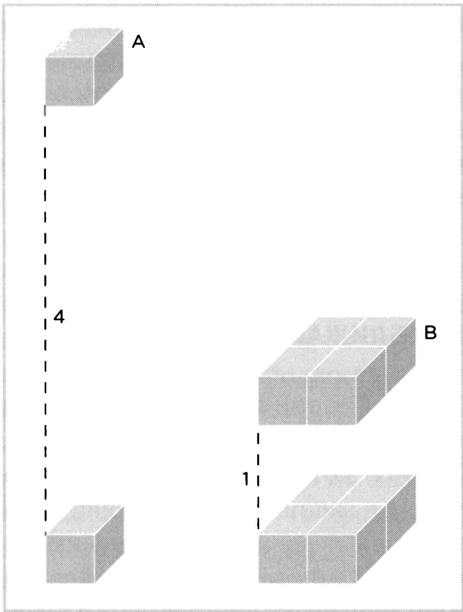
ДИНАМИКА ЛЕЙБНИЦА

В 1669 году Лейбниц изучил работы Уоллиса, Рена и Гюйгенса о столкновениях. Затем он опубликовал свою первую работу о движении: *«Новая физическая гипотеза»* (1671), в которой поднял проблему непрерывного движения, утверждая, как и схоласты, что природа не развивается скачками. Лейбниц использовал термин *conatus* в том же значении, что и Гоббс, то есть как врожденную тенденцию продолжать движение по прямой линии. Из этого следовало, что тело, покидающее круговую траекторию, делает это по касательной к данной траектории.

Одно из моих самых важных и лучше всего проверенных изречений — то, что природа не делает скачков. Я назвал его законом непрерывности.

Лейбниц о законе непрерывности движения

В конце 1680-х годов Лейбниц написал сочинение *«Динамика сил и законов природы тел»*. В нем он выступал против Декарта, заявляя, что количество движения не сохраняется во Вселенной. В качестве доказательства ученый приводил пример (см. рисунок), который он также включил в свое *«Рассуждение о метафизике»*. Декарт утверждал, что должна быть применена одна и та же сила для поднятия тела весом 1 фунт на высоту 4 фута и тела массой 4 фунта — на высоту 1 фута. Следовательно, у тел А и В должна быть одна и та же сила при падении. Ученый применил закон Галилея, согласно которому скорость пропорциональна квадратному корню высоты падения. Согласно этому закону, в конце падения скорость тела А будет в два раза больше скорости тела В, но его масса в четыре раза меньше массы тела В. Следовательно, количество движения тела А будет равно половине количества движения тела В, что противоречило постулату Декарта.



Лейбниц предположил, что необходима одинаковая сила для того, чтобы поднять тело весом в один фунт (А) на высоту в четыре фута и тело весом в четыре фунта (В) — на высоту одного фута.

Лейбниц утверждал, что постоянным является произведение массы на скорость в квадрате (mv^2) — то, что он назвал *vis viva*, или живой силой. Эта живая сила является величиной, в два раза бóльшей той, которую мы сегодня знаем как *кинетическую энергию*. Позже, в 1840 году, был сформулирован закон сохранения энергии в том виде, в каком мы знаем его сегодня. В нем говорится, что сумма потенциальной и кинетической энергии тела является постоянной. В *«Динамике»* Лейбниц сформулировал два своих главных закона: закон сохранения живой силы и закон непрерывности движения.

В 1692 году ученый написал *«Очерк динамики»*, в котором собрал и систематизировал все свои идеи о динамике. В нем он говорит о разнице между статической, или мертвой, силой и силой кинетической, то есть живой. В качестве примера первой он приводит центробежную силу и тяготение, утверждая, что при столкновениях возникает живая сила. Работа была опубликована только в 1860 году, но Лейбниц представил несколько отрывков в виде статей в *«Актах ученых»*.

Итак, Лейбниц рассматривал силу в двух значениях. С одной стороны, это пассивная сила, которая скрывается в массе тела, и с другой — живая, или активная, сила, благодаря которой появляется движение. Вторая сила, в свою очередь, делилась на две. Это первообразная сила, существующая в каждом теле сама по себе, и производная — возникающая при столкновении тел: она, согласно Лейбницу, единственная принимает участие в движении.

ПРИБЛИЖАЕТСЯ КОНЕЦ

Последние три года жизни Лейбница были довольно тяжелыми. В марте 1714 года умер его близкий друг — герцог Антон Ульрих, который много лет поддерживал его перед императором и защищал от курфюрста. В июне того же года ученый потерял свою подругу и ценительницу, курфюрстину-вдову Софию Ганноверскую. Осталась только принцесса Каролина, с которой он обычно беседовал так же, как с двумя предыдущими курфюрстинами.

Когда через пару месяцев после Софии умерла Анна, королева Англии, курфюрст Георг Людовик стал королем Великобритании Георгом I. В связи с этим он переехал вместе со всем своим двором, включающим и сына Георга Августа, нового принца Уэльского, в Англию. Лейбниц, который находился в Вене уже несколько месяцев и не мог никуда ездить из-за проблем со здоровьем, сделал усилие и приехал в Ганновер, чтобы попрощаться с курфюрстом, но тот уже отправился в Лондон.

Хотя ученый решил в следующем месяце отправиться в Англию вместе с принцессой Каролиной, ему пришлось отказаться от путешествия из-за плохого самочувствия. Позже Лейбниц получил несколько писем от министра Бернсторфа, который давал ему указание не ехать в Англию и сосредоточиться на своем неоконченном труде по истории. В начале 1715 года сам король послал ему приказ не совершать никаких дальних поездок, пока он не закончит историческую работу.

Итак, ученый провел последние годы жизни без друзей и ограниченный в передвижениях. Время шло, а он все никак не мог закончить свою гигантскую работу.

Также он ввязался в дискуссию с королевским капелланом Сэмюэлем Кларком, другом Ньютона, у которого уже было столкновение с принцессой Каролиной по поводу философии Лейбница. В пяти письмах, которые ученый послал Кларку, он выступал против философии Ньютона, указывая на его главные (как он думал) ошибки. Во-первых, Лейбниц считал, что Богу необходим орган чувств, чтобы воспринимать вещи, иначе воспринимаемые объекты не зависели бы от Него полностью и Он не мог бы их в свое время создать. Во-вторых, он утверждал, что в мире всегда присутствует одно и то же количество силы (*vis viva*), которая переходит от одних вещей к другим по законам природы, и вмешательства Бога в этот процесс (в противовес утверждениям сторонников Ньютона) не требуется. Последнее письмо, полученное им от Кларка, пришло за несколько дней до смерти Лейбница.

В июле 1716 года король Георг посетил Ганновер и провел несколько дней, отдыхая в Бад-Пирмонте. Ученый сопровождал его все время, и казалось, что прежнее напряжение между ними исчезло. Однако это примирение уже мало что значило, поскольку 14 ноября Лейбниц умер у себя дома, оставив в качестве единственного наследника своего племянника Фридриха Симона Лёффера. Уже в начале этого — последнего — месяца подагра поразила руки ученого, из-за чего он больше не мог писать, и врачи не могли ему ничем помочь.

Как рассказывал Иоганн Георг фон Экхардт, секретарь Лейбница и его первый биограф, на похоронах ученого присутствовали только его друзья и самые близкие родственники. Хотя двор был оповещен и находился довольно близко, от него не пришел ни один представитель. Это были похороны незаметного человека — современники из Ганновера не придали смерти Лейбница большого значения. Только в конце века был установлен памятный бюст из белого мрамора с надписью Genio Leibniti. Академии и сообщества, к которым принадлежал Лейбниц, не совершили никаких актов в его честь, хотя многие научные журналы, с которыми он сотрудничал, опубликовали некрологи.

Только через полвека после смерти Лейбница началась переоценка его личности. Этому способствовали публикации некоторых очерков ученого и его переписки с великими людьми, а также исследование его философии Иммануилом Кантом. В наши дни этот ученый гораздо более известен, чем при жизни. Слава Лейбница подтверждается, например, тем, что в 1970 году его именем назвали кратер на Луне. В 1985 году в Германии была создана премия имени Лейбница, считающаяся одной из главных наград за вклад в науку. А в 2006 году Ганноверский университет сменил название на Университет Вильгельма Лейбница.

Список рекомендуемой литературы

AITON, E.J., *Leibniz. Una biografía,* Madrid, Alianza, 1992.

BELL, E.T., *Los grandes matemáticos*, Buenos Aires, Losada, 2010.

BOYER, C.B., *Historia de la matemática*, Madrid, Alianza, 1986.

CHICA, A., *Descartes. Geometría y método*, Madrid, Nivola, 2001.

DURAN, A.J., *Historia, con personajes, de los conceptos del cálculo*, Madrid, Alianza, 1996.

GONZÁLEZ URBANEJA, P.M., *Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo XVII*, Madrid, Alianza, 1992.

HOLTON, G., *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*, Barcelona, Reverté, 1988.

MUÑOZ, J., *Newton. El umbral de la ciencia moderna,* Madrid, Nivola, 1999.

NEWMAN, J.R., *Sigma. El mundo de las matemáticas,* Barcelona, Grijalbo, 1968.

STEWART, I., *Historia de las matemáticas*, Barcelona, Crítica, 2008.

TATON, R., *Historia general de las ciencias*, Barcelona, Orbis, 1988.

TORRA, V., *Del ábaco a la revolución digital. Algoritmos y computación*, Barcelona, RBA, 2011.

TORRIJA, R., *Arquímedes. Alrededor del círculo*, Madrid, Nivola, 1999.

Указатель

Авиценна 146, 147
Академия
Берлинская 40, 41, 43, 87, 112, 120, 129, 142
наук Парижская 33, 36, 63, 65, 92, 123, 127, 138
наук Прусская 13, 40, 137
«Акты ученых» 13, 42, 74, 102, 106, 118, 133, 149, 159
Антон Ульрих Вольфенбюттельский 122, 142, 160
Аристотель 20, 145, 146, 150, 151
арифметическая машина 13, 15, 33, 43, 52–58, 62, 64–66, 122, 146
Архимед Сиракузский 68, 78–82, 87, 88, 107

Барроу, Исаак 94, 95, 98, 99, 102–104, 106
Бернулли
Иоганн 11, 36, 71, 106, 107, 119, 133
Якоб 11, 40, 106, 107, 119, 133
Бернсторф, Андреас Готлиб фон 141, 159
бесконечные ряды 13, 62, 66–72, 104
Бойль, Роберт 9, 30, 38, 64, 72, 146, 147
Бойнебург, Иоганн Христиан фон 13, 31, 32, 61
Буве, Иоахим 128, 130
Бэкон, Фрэнсис 9, 20, 36, 86

Вариньон, Пьер 36, 138
Вивиани, Винченцо 38, 40
Виет, Франсуа 69, 85
Вольтер 80, 143
Вольфенбюттель 116, 122, 127, 137, 140

Галилей, Галилео 9, 10, 31, 38, 63, 86, 91, 97, 150, 151–153, 158
Галлей, Эдмунд 119
Гассенди, Пьер 20, 35, 153
Гаусс, Карл Фридрих 17
Георг Август Брауншвейг-Люнебургский (Георг II, король Великобритании) 13, 74, 134, 137, 139, 159
геология 135, 147–150

Герике, Отто фон 62
Гоббс, Томас 9, 20, 158
Грегори, Джеймс 69, 70, 95, 98, 132
Гримальди, Клаудио Филиппо 128
Гук, Роберт 37, 38, 42, 64, 147
Гюйгенс, Христиан 9, 36–38, 42, 62, 63, 65, 70, 88, 97, 104, 107, 119, 151, 154, 156–158

Декарт, Рене 10, 31, 34–36, 40, 42, 63, 77, 86, 88, 90, 93, 96, 104, 106, 118, 132, 153, 158, 159
Демокрит 68, 145
династия Брауншвейг-Люнебург 13, 74, 76, 113, 114, 133, 137, 142
Диофант Александрийский 77, 84
Дюилье, Фатио 105, 119, 138

Евдокс Книдский 83
Евклид 20, 77, 83, 84, 128

«Журналь дэ саван» 41, 107, 121
Жюстель, Анри 73, 119, 120

законы движения 9, 151, 153, 156

«И Цзин» 109, 127, 128, 129
Иоганн Фридрих Ганноверский 65

Кавальери, Бонавентура 91–93, 133
Каркави, Пьер 33, 62
Каролина Ансбахская 139
касательная 95–98, 102, 103, 158
Кеплер, Иоганн 9, 36, 52, 54, 86, 98, 154
Кирхер, Афанасий 40, 148, 149
китайская культура 8, 13, 122, 127–129, 141, 144
Кларк, Сэмюэль 161
Коллинз, Джон 66, 104
комбинаторика 24–30, 101, 121, 143
Королевское общество 11, 13, 36, 38, 40, 42, 64, 66, 72, 99, 104, 105, 154

Лаплас, Пьер-Симон де 50
Леопольд I, император Священной Римской империи 12, 115, 139
логарифмическая линейка 50–54, 131
логарифмы 10, 15, 47, 50–52, 54
Лопиталь, маркиз де 36, 107, 108, 119
Луллий, Раймунд 13, 23, 26–29
Людовик XIV, король Франции 8, 32, 33, 38, 56

Мальбранш, Николя 36
медицина 22, 38, 120, 121
Менке, Отто 42, 74
Мерсенн, Марен 34–37, 40, 55, 90
метод исчерпывания 82, 83
монады 143, 144, 147
Морган, Огастес де 131, 133
Морленд, Сэмюэль де 56, 64

«Начала» 99, 115
неделимые 10, 91, 92, 94, 100, 133, 145
Непер, Джон 47–52, 56
Ноде, Филипп 138
Ньютон, Исаак 10, 11, 37, 38, 40, 58, 59, 63, 64, 69, 80, 86, 93–95, 98–101, 103–105, 107, 115, 119, 131, 138, 143, 155–157, 161

«Об искусстве комбинаторики» 13, 28–30, 101, 122, 143
Ольденбург, Генри 37, 42, 62, 65, 104, 105, 138
Орезмский, Николай 68, 132, 150
Отред, Уильям 51, 53, 131

палеонтология 135, 147
Папп 77, 79
Паскаль, Блез 35, 40, 54–57, 90, 92, 97, 102–104
Пелл, Джон 64, 72
Петр I 8, 140, 141
предел 95, 101
«Протогея» 115, 149

равноускоренное движение 151, 152
Рамадзини, Бернардино 120
Рен, Кристофер 97, 154, 158
Роберваль, Жиль де 35, 65, 92, 93, 97
Ролль, Мишель 138
Рудольф Август Вольфенбюттельский 121, 125

система
- двоичная 57, 58, 109, 122, 124, 125–129, 138
- 16-ричная 126

София Ганноверская 73–75, 119, 137, 139, 140, 160
София Шарлотта Ганноверская 13, 40, 87, 137, 139, 142, 143
Спинола, Христоф-Рохас де 117
Стено, Николас 147–149
счеты 15, 45–47

«Теодицея» 13, 142, 143, 149
Торричелли, Эванджелиста 9, 38, 55, 92, 152
Тридцатилетняя война 7, 122

универсальная характеристика 124
Уоллис, Джон 33, 34, 38, 62, 75, 93, 94, 103, 106, 138, 154, 158

Ферма, Пьер де 10, 33, 35, 37, 40, 55, 89–93, 96–98
Фридрих Вильгельм I, король Пруссии 139
функция 69, 92, 95, 96, 99–101, 130, 131, 132

характеристический треугольник 102, 103

центростремительная сила 156, 157

Чирнхаус, Вальтер фон 104

шахты Альт-Гарца 13, 111
Шёнборн, Мельхиор Фридрих фон 61, 62
Шикард, Вильгельм 52, 54

Экхардт, Иоганн Георг фон 142, 161
Эрнест Август Брауншвейг-Люнебургский 13, 73, 75, 115–117, 133, 137, 139

Philosophical Transactions of the Royal Society 42

Наука. Величайшие теории
Выпуск № 12, 2015
Еженедельное издание

РОССИЯ
Издатель, учредитель, редакция:
ООО «Де Агостини», Россия
Юридический адрес: Россия, 105066, г. Москва, ул. Александра Лукьянова, д. 3, стр. 1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

Генеральный директор: Николаос Скилакис
Главный редактор: Анастасия Жаркова
Выпускающий редактор: Людмила Виноградова
Финансовый директор: Полина Быстрова
Коммерческий директор: Александр Якутов
Менеджер по маркетингу: Михаил Ткачук
Младший менеджер по продукту: Ольга МакГро

Для заказа пропущенных выпусков и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, обращайтесь по телефону бесплатной горячей линии в России:
☎ 8-800-200-02-01
Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
☎ 8-495-660-02-02

Адрес для писем читателей:
Россия, 600001, г. Владимир, а/я 30, «Де Агостини», «Наука. Величайшие теории»
Пожалуйста, указывайте в письмах свои контактные данные для обратной связи (телефон или e-mail).

Распространение: ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

Свидетельство о регистрации СМИ в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-56146 от 15.11.2013

УКРАИНА
Издатель и учредитель:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
Юридический адрес:
01032, Украина, г. Киев, ул. Саксаганского, 119
Генеральный директор: Екатерина Клименко

Для заказа пропущенных выпусков и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, обращайтесь по телефону бесплатной горячей линии в Украине:
☎ 0-800-500-8-40
Адрес для писем читателей:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини», «Наука. Величайшие теории»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

Свидетельство о регистрации печатного СМИ Государственной регистрационной службой Украины
КВ № 20525-10325Р от 13.02.2014

БЕЛАРУСЬ
Импортер и дистрибьютор в РБ:
ООО «Росчерк», 220037, г. Минск, ул. Авангардная, 48а, литер 8/к, тел./факс: + 375 (17) 331 94 41
Телефон «горячей линии» в РБ:
☎ + 375 17 279-87-87
(пн-пт, 9.00–21.00)
Адрес для писем читателей:
Республика Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк», «Де Агостини», «Наука. Величайшие теории»

КАЗАХСТАН
Распространение:
ТОО «КГП «Бурда-Алатау Пресс»

Издатель оставляет за собой право изменять розничную цену выпусков. Издатель оставляет за собой право изменять последовательность выпусков и их содержание.

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в типографии: Grafica Veneta S.p.A
Via Malcanton 2
35010 Trebaseleghe (PD) Italy
Формат 70 x 100 / 16.
Гарнитура Petersburg
Печать офсетная. Бумага офсетная.
Печ. л. 5,25. Усл. печ. л. 6,804.
Тираж: 28 300 экз.

ISSN 2409-0069

12+ Данный знак информационной продукции размещен в соответствии с требованиями Федерального закона от 29 декабря 2010 г. № 436-ФЗ «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию».

Коллекция для взрослых, не подлежит обязательному подтверждению соответствия единым требованиям установленным Техническим регламентом Таможенного союза «О безопасности продукции, предназначенной для детей и подростков» ТР ТС 007/2011 от 23 сентября 2011 г. № 797

Дата выхода в России 24.03.2015

Готфрид Вильгельм Лейбниц — один из самых гениальных ученых в истории науки. Он жил на рубеже XVII и XVIII веков, в эпоху больших социальных, политических и научных перемен. Его влияние распространяется практически на все области знания: физику, философию, историю, юриспруденцию... Но главный вклад Лейбница, без сомнения, был сделан в математику: кроме двоичного исчисления и одного из первых калькуляторов в истории он создал, независимо от Ньютона, самый мощный инструмент математического описания физического мира — анализ бесконечно малых.

ISSN 2409-0069
00012
9 772409 006778

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.